Lycée Naval, Spé 2.

Document de travail, été 2020

Le document contient une liste d'exercices couvrant l'essentiel du programme de première année de physique et de chimie de PCSI. Ces exercices, classés par thème, sont de difficulté variable, les plus classiques (* ou **) doivent absolument être maîtrisés.

En préambule à chaque grand thème, quelques idées fortes (méthodes, connaissances, lois,...) sont rappelées. Il est indispensable de les maîtriser.

Il s'agit de rédiger avec soin les exercices comme si vous deviez les rendre. Les corrections des exercices sont disponibles à l'adresse `http://lnspe2.fr/Vacances2.html`. La lecture de la correction ne peut se révéler efficace qu'après une recherche préalable. En cas de besoin : cedric.grange@lyceenaval.org.

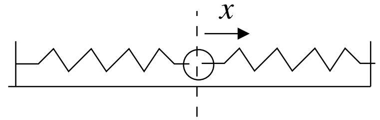
L'application Qmax, développée par un professeur du lycée Pierre de la Ramée de Saint-Quentin, permet de tester vos connaissances du programme de première année en physique et en chimie en répondant à des QCM. Elle est disponible en ligne `http://appli.qmax.fr/` et il existe une application pour smartphones Android et iPhone.

1 Mécanique

→ Un exercice de mécanique commence par la définition du système étudié, le rappel de la loi appliquée, le choix du référentiel.
→ Les trois lois de Newton, les théorèmes de l'énergie cinétique, de l'énergie mécanique, de la puissance cinétique, de la puissance mécanique, le théorème du moment cinétique doivent être connus avec précision.
→ Il faut faire preuve de rigueur dans les écritures, un vecteur n'est pas un scalaire, la norme d'un vecteur ne doit pas être confondue avec une de ces composantes.
→ Il faut connaître les expressions des forces classiques : poids d'un objet, poussée d'Archimède, tension d'un ressort, force de gravitation entre deux corps, force de Lorentz, force de Laplace, force électrique entre deux charges.
→ Dans le cas des mouvements à force centrale, le moment cinétique et l'énergie mécanique du corps se conservent. Il faut savoir le démontrer.
→ Il faut savoir repérer un point à l'aide de ses coordonnées cartésiennes ou cylindriques, connaître l'expression de sa vitesse dans ces systèmes de coordonnées et savoir retrouver rapidement l'expression de l'accélération en coordonnées cylindriques.

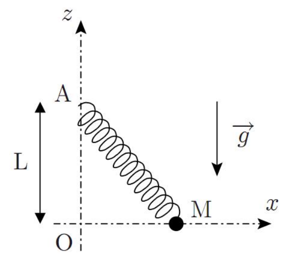
Méca01 - Ressorts couplés (*)

On considère une masse m attachée à deux ressorts identiques de longueur à vide l_0 et de raideur k. La position de la masse m est repérée par son abscisse x. Depuis la position d'équilibre on lance la masse avec une vitesse v_0. Déterminer $x(t)$. Les frottements seront négligés.



Méca02 - Position d'équilibre (***) (oral ESM Saint-Cyr 2013)

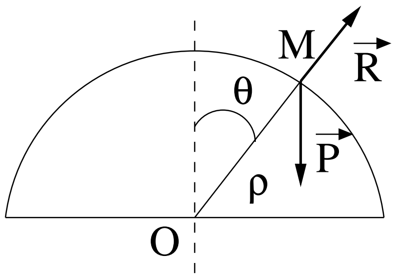
On considère une masse M reliée à un ressort (raideur k, longueur à vide l_0), coulissant sans frottement sur l'axe Ox. On note x l'abscisse de la masse comptée à partir du point O.



1. Exprimer l'énergie potentielle de la masse. On prendra $E_p(O) = 0$.
2. Déterminer les positions d'équilibre pour les trois cas suivants :
$$l_0 < L; \quad l_0 = L \quad ; \quad l_0 > L$$
Indiquer s'il s'agit de positions d'équilibre stable ou instable.
3. Dans le cas des équilibres stables, déterminer la fréquence d'oscillation.

Méca03. Rupture de contact (**)

Un point matériel M glisse sans frottement sur une calotte sphérique de centre O et de rayon ρ. On appelle θ l'angle que fait $\overrightarrow{OM}$ avec la verticale. À la date $t = 0$, θ est pratiquement nul et M est lâché sans vitesse initiale. On admettra que le point matériel n'est soumis qu'à son poids $\overrightarrow{P}$ et à la réaction $\overrightarrow{R}$ du support.



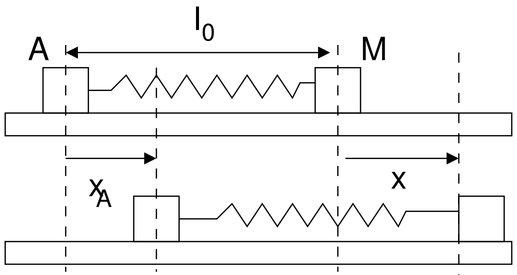
1. Appliquer la deuxième loi de Newton au mobile ; la projeter dans la base des coordonnées polaires.
2. Montrer que la projection selon $\vec{u}_r$ permet d'exprimer la composante R de la réaction en fonction de θ et $\dot{\theta}$.
3. Multiplier les deux membres de l'équation projetée selon $\vec{u}_\theta$ par $\dot{\theta}$, et en déduire que $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{\rho}(1 - \cos\theta)$.
4. Retrouver ce résultat en utilisant un théorème énergétique.
5. En déduire une expression de R ne dépendant que de θ.
6. Pour quel angle θ, le mobile quitte-t-il le support ?

Méca04. Oscillateur et excitation sinusoïdale (**)

Un point matériel M peut se déplacer sur un axe horizontal. Il est accroché à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 dont l'autre extrémité notée A est soumise à un mouvement rectiligne sinusoïdal du type :

$$x_A(t) = X_A \cos(\omega t)$$

On note $x(t)$ le déplacement du point M par rapport à sa position d'équilibre.



1. Exprimer l'allongement $\Delta l(t)$ du ressort à la date t, en fonction de $x(t)$ et $x_A(t)$.
2. Déterminer l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $x(t)$ en négligeant les frottements et en introduisant la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.
3. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{X}$ du déplacement $x(t)$ dans le cadre du régime forcé.
4. Exprimer l'amplitude X des oscillations du point M en fonction de la pulsation ω et tracer l'allure de $X(\omega)$. Que se passe-t-il à la pulsation $\omega = \omega_0$?

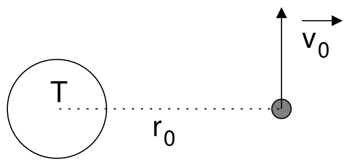
Méca05. De la Terre à Mars. . .(**)

On suppose que les orbites de Mars et de la Terre sont des cercles coplanaires de rayons respectifs R_1 et R_0, tels que $R_1 = nR_0$ avec $n = 1,524$. On souhaite transférer un engin spatial depuis l'orbite terrestre vers l'orbite martienne. On néglige lors de ce transfert les actions gravitationnelles des deux planètes pour ne tenir compte que de celle du Soleil. L'orbite de transfert est une demi-ellipse se raccordant tangentiellement aux points P et A des orbites respectivement terrestre et martienne ; le Soleil est un des foyers de l'ellipse de transfert.

1. Représenter sur un dessin les orbites de la Terre, de Mars et l'orbite de transfert.
2. Exprimer en fonction des données le demi-grand axe de l'orbite de transfert.
3. Établir l'expression de la durée T en années terrestres d'un transfert entre la Terre et Mars.
4. À quel moment (positions respectives de la Terre et Mars) doit-on lancer l'engin spatial ?

Méca06. Lancement d'un satellite artificiel (**)

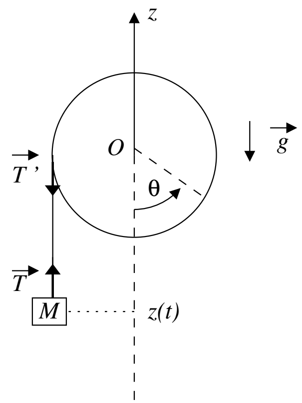
Un satellite artificiel S est lancé depuis un point M_0 situé à une distance r_0 du centre de la Terre, avec une vitesse orthoradiale initiale v_0. On définit la constante sans dimension α par la relation $v_0^2 = \alpha \frac{GM_T}{r_0}$ avec M_T la masse de la Terre. On note R_T le rayon terrestre.



1. En supposant que la vitesse initiale est telle que la trajectoire est elliptique et que M_0 représente l'apogée, dessiner l'allure de la trajectoire suivie par le satellite.
2. Déterminer en fonction de R_T et de r_0 la condition portant sur α assurant que le satellite ne s'écrase pas à la surface de la Terre (traiter le cas limite et utiliser la conservation de l'énergie mécanique et de la constante des aires).

Méca08. Poulie (**)

On considère une poulie constituée d'un disque homogène de masse m, de rayon R et de moment d'inertie $J = \dfrac{1}{2}mR^2$.
La poulie tourne librement autour d'un axe Δ horizontal, fixe dans le référentiel d'étude supposé galiléen.
Autour de cette poulie est enroulé un fil de masse négligeable et inextensible auquel est suspendue une masse M, le fil ne glisse pas sur la poulie.
À l'instant $t = 0$, on lâche la masse sans vitesse initiale.
On admettra $\vec{T'} = -\vec{T}$.



Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ et la résoudre.

Méca09. Satellite en orbite basse (**) (Extrait Mines PSI 2015)

On considère un satellite terrestre de masse $m_s = 250$ kg en orbite circulaire à basse altitude $h = 300$ km. Cette altitude est telle que les hautes couches de l'atmosphère le freinent.
On donne $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N $\cdot$ m$^2 \cdot$ kg^{-2}, masse de la Terre $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg, rayon terrestre : $R_T = 6400$ km.

1. Exprimer l'énergie cinétique E_c du satellite en fonction de son énergie mécanique E_m ; en déduire que, paradoxalement, le freinage entraîne une augmentation de la vitesse.
2. Lorsque le moteur est éteint, les forces de frottement font perdre au satellite une altitude $\Delta h = 20$ m à chaque révolution. Exprimer la variation d'énergie mécanique correspondante, effectuer l'application numérique.
3. Le moteur ionique du satellite dispose d'une force de poussée d'intensité $F = 4,26 \times 10^{-3}$ N. Ce moteur est-il suffisant pour maintenir l'altitude de ce satellite ?

Méca10. Chute d'un arbre (**)

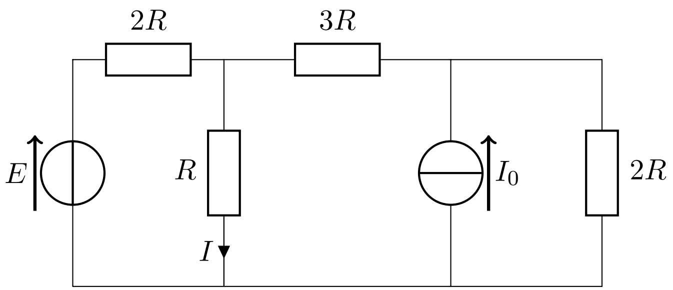
On assimile un arbre à une tige homogène de longueur L et de masse m. Il rompt à sa base, et bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui reste fixe et ne bouge pas, et on repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il forme avec la verticale.
À $t = 0$, l'arbre immobile forme un angle $\theta_0 = 5,0°$ avec la verticale. Le moment d'inertie d'une tige de longueur L en rotation autour d'une de ses extrémités est $J = mL^2/3$.

1. Établir une équation différentielle du premier ordre vérifiée par θ lors de la chute.
   Remarque : on pourra proposer deux méthodes distinctes.
2. Déterminer le temps de chute.
   On donne :
   $$\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} = 5,1 \quad \text{avec} \quad \theta_0 = 5°$$

2 Électricité

→ La résolution d'un exercice d'électricité s'appuie sur un schéma fléché et des grandeurs spécifiées sur celui-ci.
→ Les caractéristiques des dipôles et les lois physiques sont associées à des conventions d'orientation.
→ Les lois d'association, la loi des mailles, la loi des nœuds, les caractéristiques tension-courant d'un conducteur ohmique, d'une bobine, d'un condensateur, d'un générateur idéal de tension ou de courant doivent être connues.
→ Il faut être capable de résoudre une équation différentielle linéaire du premier ou du second ordre avec second membre à coefficients constants.
→ En régime forcé, l'utilisation des grandeurs complexes nécessite une bonne maîtrise des nombres complexes en particulier extraire le module et la phase ; il faut savoir distinguer l'amplitude complexe et la représentation complexe d'une grandeur. Savoir utiliser les diagrammes de Bode asymptotiques.

Elec01. Régime permanent (**)



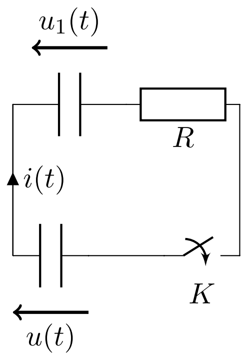
Déterminer l'intensité I du courant circulant dans la résistance R.

1. en utilisant les lois de Kirchhoff,
2. en utilisant le théorème de superposition.

Théorème de superposition : on éteint toutes les sources sauf la première, on obtient un courant I_1 ; on éteint toutes les sources sauf la deuxième, on obtient un courant I_2, et ainsi de suite pour les N sources présentes dans le circuit, le courant résultant vaut $I = \sum_{i=1}^{N} I_i$.
éteindre une source de tension idéale=remplacer par un fil ;
éteindre une source de courant idéale=remplacer par un interrupteur ouvert.

Elec02. Transfert de charge entre deux condensateurs (**)

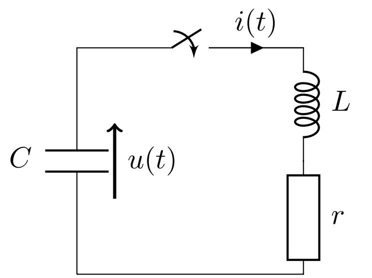
Dans le circuit ci-dessous les deux condensateurs ont la même capacité C ; le condensateur du bas est initialement chargé sous la tension U_0, tandis que celui du haut est déchargé. À l'instant initial $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. On note $\tau = RC$.



1. Montrer que $u(t) + u_1(t) = U_0$ pour tout $t \geq 0$.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ pour tout $t \geq 0$.
3. En déduire l'expression des tensions $u(t)$ et $u_1(t)$ et tracer l'allure des courbes sur un même graphe.
4. Déterminer l'énergie initiale stockée dans le circuit. Déterminer l'énergie finale stockée dans le circuit. Calculer l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la décharge.
   Effectuer un bilan énergétique.

Elec03. Décharge d'un condensateur dans une bobine (**)

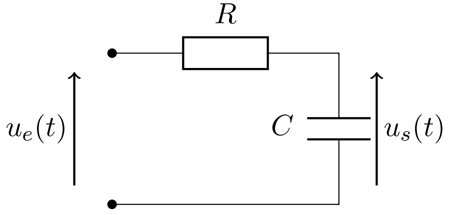
À $t = 0$ on ferme l'interrupteur K, le condensateur étant initialement chargé sous une tension E. On pose ${\omega_0}^2 = 1/LC$ et $Q = L\omega_0/r$.
Données : $r = 10\ \Omega$, $L = 10$ mH et $C = 10\ \mu$F.



1. Établir l'équation du second ordre vérifiée par la tension u pour $t \geq 0$.
2. Déterminer la nature du régime transitoire et donner l'expression de $u(t)$ pour $t \geq 0$.
3. Donner l'expression de la pseudo-période et calculer sa valeur.
4. Tracer l'allure de la courbe.

Elec04. Réalisation d'un filtre moyenneur (**)

On désire réaliser un filtre moyenneur avec un circuit RC, de fonction de transfert $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$. Il s'agit pour cela de transmettre la composante continue du signal et d'éliminer les composantes alternatives.

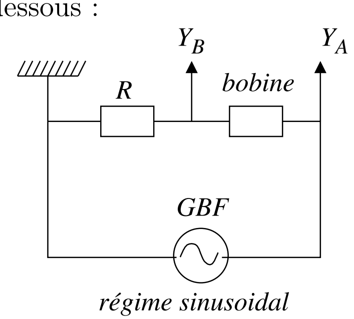


1. Quelle est la nature de ce filtre ?
2. On considère que la condition d'élimination est réalisée si la composante alternative est atténuée de 40 dB en sortie du filtre. Sachant que les signaux à traiter, ont des fréquences supérieures ou égales à 1 kHz, en déduire la valeur de R à adopter sachant que l'on dispose d'un condensateur $C = 1\ \mu$F.
3. Le filtre précédent étant réalisé, on l'alimente par un signal :
$$u_e(t) = 2 + 1\cos\left(2\pi \times 1000t + \frac{\pi}{3}\right) + 5\cos\left(2\pi \times 2000t\right)$$
avec t en seconde et u_e en volt.
Qu'observe-t-on en sortie ?
4. À quelle condition ce filtre se comporte-t-il comme un intégrateur ?
5. On l'alimente avec un signal créneau à 1 kHz, qu'observe-t-on en sortie ?

Elec05 - Caractéristiques d'un dipôle (École navale 2015, oral, **)

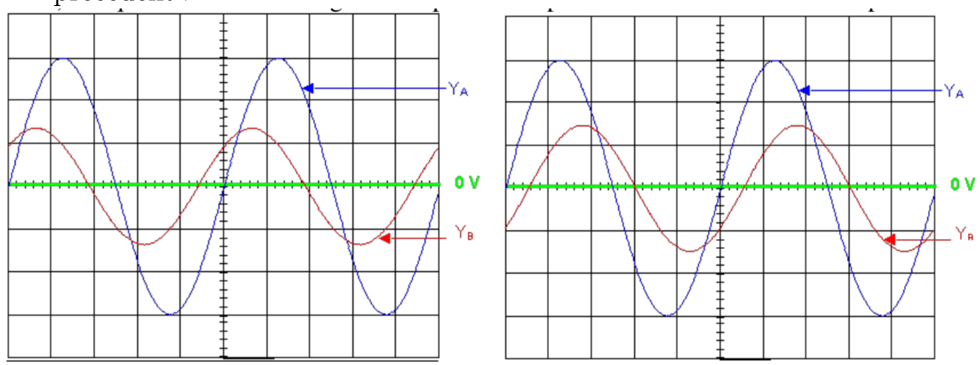
On désire déterminer les caractéristiques d'une bobine. Cette bobine peut être modélisée par une inductance L en série avec une résistance r.

On réalise le montage ci-dessous :



La résistance R utilisée est de 10 Ω. La vitesse de balayage est 10ms/division et les calibres sont 2V/division pour chaque voie.

1. Lequel des deux oscillogrammes peut correspondre aux mesures du circuit précédent ?



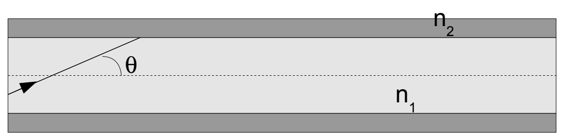
2. Préciser les valeurs de L et r.
3. Quelle est alors la tension aux bornes de R si la tension aux bornes du GBF est constante et de valeur 10 V ?

3 Optique

→ Il faut savoir appliquer les lois de Descartes pour la réflexion et la réfraction, savoir énoncer les conditions de Gauss, exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton et tracer l'image d'un objet en utilisant les rayons particuliers.

→ Pour une lentille convergente, placer l'objet en amont du foyer objet, entre le foyer et la lentille, au-delà de la lentille et tracer dans chaque cas, l'image de l'objet. Vérifier le résultat à l'aide des relations de conjugaison. Faire de même avec une lentille divergente.

Opt01. Propagation dans une fibre optique (**)



1. Déterminer en fonction de n_1 et n_2 la valeur θ_{lim} que l'angle θ ne doit pas dépasser pour permettre au rayon de se propager sans perte dans la fibre.

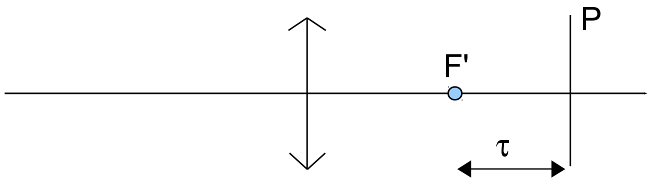
2. On considère maintenant les deux rayons les plus extrêmes, celui se propageant avec l'angle θ_{lim} et celui se propageant le long de l'axe.
   Déterminer $\delta\tau$, la différence de temps de propagation entre les deux rayons considérés lors d'une propagation dans une fibre optique de longueur L ; on exprimera $\delta\tau$ en fonction de L, de c la célérité de la lumière dans le vide et des indices n_1 et n_2.

Opt02. Miroir plan (**)

Deux personnes mesurent respectivement 1,62 m et 1,85 m. Les yeux étant à 10 cm du sommet du crâne. Elles veulent toutes les deux se voir entièrement dans le miroir.
À quelle distance du sol doit-on placer le miroir, et quelle est sa hauteur minimale ?

Opt03. Objectif photographique (*)

Un objectif d'appareil photographique est assimilable à une lentille convergente de distance focale $f' = 75$ mm. Le tirage de l'objectif est la distance algébrique $\tau = \overline{F'P}$ entre le foyer image F' de la lentille et la pellicule photo P. Elle est ajustable grâce à une bague de réglage placée sur l'objectif. L'appareil est construit de telle sorte que : $0 \leq \tau \leq 4,25$ mm.



1. Où se trouve l'objet visé pour $\tau = 0$ mm ?
2. Déterminer l'étendue par rapport à l'objectif des objets photographiables.

Opt04. Lunette afocale (CCP 2013, MP, **)

La planète Mars est située entre 56 et 160 millions de kilomètres de la Terre, son diamètre est de 6800 km.

1. Calculer le diamètre apparent (noté α) minimal de Mars exprimé en secondes d'arc.
2. On l'observe avec une lunette composée d'un objectif de distance focale ($f'_1 = 100$ cm) et un oculaire ($f'_2 = 2,5$ cm). Cette lunette est afocale, qu'est que cela implique sur la position des lentilles ?
3. Calculer la taille de l'image intermédiaire (image par l'objectif) lorsque le diamètre apparent de Mars est minimal.
4. On place l'œil en F'_2. Définir et calculer le grossissement du système. Sous quel angle Mars est elle perçue lorsque son diamètre apparent est minimal ?
5. Quelle est la différence entre les lunettes et les télescopes ? Pourquoi utilise-t-on plus volontiers les télescopes ?

4 Thermodynamique

→ Comme en mécanique, la thermodynamique nécessite de définir avec précision le système considéré.

→ Il est nécessaire d'avoir une idée claire sur le vocabulaire de la thermodynamique : fonction d'état, énergie interne, enthalpie, entropie, paramètres d'état, grandeurs extensives, grandeurs intensives, transformation isotherme, monotherme, isobare, monobare, isochore, adiabatique, réversible.

→ Il faut connaître avec précision l'énoncé des deux premiers principes de la thermodynamique, ainsi le premier principe ne se résume pas à « $\Delta U = W + Q$ », aucun principe ne dit que l'entropie ne peut qu'augmenter.
Il faut distinguer entropie, entropie échangée et entropie créée.

→ Il faut pouvoir exprimer le travail des forces de pression pour les évolutions classiques : isobare, monobare, isochore, isotherme.

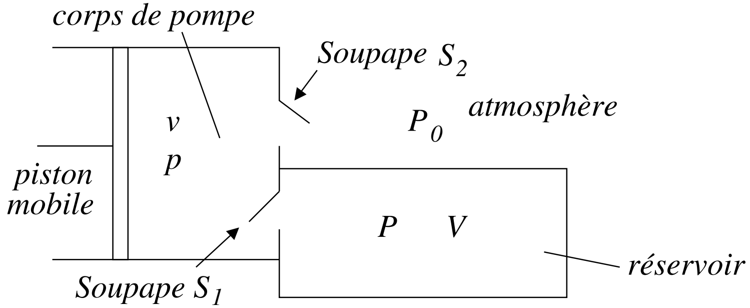
→ Pour un gaz parfait, l'énergie interne et l'enthalpie ne dépendent que de la température ; dans le cas de la transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait, la loi de Laplace s'avère toujours utile.

→ Il faut être capable de décrire le principe de fonctionnement des différentes machines dithermes : moteur, machine réfrigérante, pompe à chaleur ; c'est à dire, dans chaque cas, connaître l'entité jouant le rôle du système, de la source froide ou de la source chaude, savoir dans quel sens se font les transferts énergétiques et exprimer le rendement ou l'efficacité de la machine.

Th01. Pompe isotherme (**)

On veut vider un réservoir de volume V, initialement rempli d'air (considéré comme un gaz parfait) au moyen d'une pompe. La soupape S_1 est fermée si la pression p dans le corps de pompe est supérieure à la pression P du réservoir ou si le volume du corps de pompe diminue. La soupape S_2 est fermée si la pression p est inférieure à la pression constante P_0 de l'atmosphère. Quand les soupapes sont ouvertes, les compartiments en communication ont même pression.
Le volume v du corps de pompe est compris entre $v_{min} = v_1$ (volume résiduel)

et $v_{max} = v_2$. On suppose que la température de l'air reste constante égale à T_0 dans tous les compartiments et dans l'atmosphère.
La valeur de P dans le réservoir est initialement également à P_0.



1. Au cours du coup de pompe n, le volume v passe de v_1 à v_2 (aspiration) puis de v_2 à v_1 (rejet). Durant ce n^e coup de pompe, la pression dans le réservoir passe de P_{n-1} à P_n.
   En utilisant un raisonnement basé sur la conservation de la matière durant la phase d'aspiration, déterminer une relation entre P_n et P_{n-1}.
2. En admettant l'existence d'une limite (P_n est une suite décroissante minorée par 0), montrer que P_{lim}, limite de la suite des P_n, vaut $P_{lim} = P_0\dfrac{v_1}{v_2}$.
   Quelle est la signification physique de cette limite ?
3. Montrer que $P_n - P_{lim}$ est une suite géométrique et en déduire que :
   $$P_n = P_{lim} + (P_0 - P_{lim}) \times \alpha^n$$
   avec α à exprimer en fonction de V et v_2.
4. Calculer à partir de combien de cycles n_l la pression dans le réservoir diffère de P_{lim} d'au plus 1% en valeur relative.
   Données : $V = 15$ L ; $v_1 = 2,0$ cm^3 ; $v_2 = 400$ cm^3, $P_0 = 1,0$ bar.
5. Le piston est entraîné grâce à un système bielle-manivelle par un moteur électrique tournant à 1500 tours par minute. Calculer la durée nécessaire Δt pour vider le réservoir.

Th02. Fuite dans une enceinte (***)

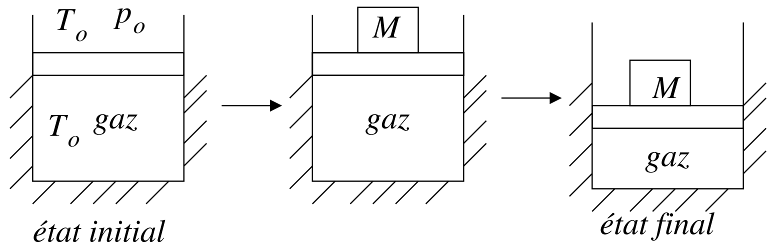
On considère une enceinte de volume $V_0 = 1,0$ m^3, à la température $T_0 = 300$ K, à la pression $p_0 = 1,0$ bar.
À l'instant $t = 0$, une ouverture de section $S = 1,0$ cm^2 est réalisée dans la paroi de l'enceinte.
On assimilera l'extérieur de l'enceinte au vide.

Déterminer l'évolution du nombre de moles dans l'enceinte au cours du temps.

Indication : à l'aide d'un modèle microscopique (Cf. calcul de la pression cinétique en cours), on cherchera à évaluer le nombre de particules qui quittent l'enceinte pendant une durée dt.

Th03. Compression d'un gaz parfait (*)

On s'intéresse à l'évolution d'une mole d'un gaz parfait enfermé dans une enceinte. L'enceinte est au contact de l'atmosphère (pression p_0, température T_0), les parois sont calorifugées empêchant le transfert thermique. L'ajout d'une masse M sur le piston revient à doubler la pression extérieure.



1. Parmi les termes proposés, indiquer (en justifiant) si les termes suivants décrivent ou non la transformation observée : "*monotherme*", "*isotherme*", "*adiabatique*", "*réversible*".
2. Donner, en fonction des données et pour l'état initial, la pression initiale p_i, la température initiale T_i et le volume initial V_i du gaz enfermé dans le cylindre.
3. Pour la transformation étudiée, déterminer : l'état d'équilibre final (p_f, V_f, T_f), la variation d'énergie interne, le travail et le transfert thermique reçus par le gaz entre l'état initial et l'état final.
4. Déterminer la variation d'entropie, l'entropie échangée et l'entropie créée.
   On rappelle que pour un gaz parfait : $\Delta S = C_v \ln\left(\dfrac{T_f}{T_i}\right) + nR\ln\left(\dfrac{V_f}{V_i}\right)$.

Th04. Solides en contact (*) (oral École navale 2014)

On considère deux solides de même capacité thermique initialement à des températures T_1 et T_2 ; ces deux blocs sont mis en contact et on suppose l'ensemble isolé thermiquement.
Effectuer un bilan énergétique et un bilan d'entropie.
Pour une phase condensée, on rappelle que $\Delta S = C\ln\left(\dfrac{T_f}{T_i}\right)$

Th05. Machine à vapeur (**) (ESM Saint-Cyr)

Une machine à vapeur fait décrire à une masse $m = 1,0$ kg d'eau un cycle moteur au cours duquel l'eau passe de l'état liquide à l'état vapeur. Le cycle de transformation $ABDE$ est décrit ci-dessous :
$\star$ $A \to B$: échauffement le long de la courbe d'ébullition. En A, on a un liquide saturant à la température $T_1 = 375$ K. En B, on a un liquide saturant à la température $T_2 = 500$ K.
$\star$ $B \to D$: vaporisation totale de l'eau à la température T_2.
$\star$ $D \to E$: détente adiabatique réversible. On obtient en E un mélange liquide-gaz de fraction massique en gaz x_E et de température T_1.
$\star$ $E \to A$: liquéfaction à la température T_1 de la part du système qui se trouvait à l'état gazeux en E.

L'eau liquide est assimilée à une phase condensée idéale, de capacité calorifique massique $c = 4,18$ kJ $\cdot$ K^{-1}.kg^{-1}. On donne les enthalpies massiques de vaporisation :
$\star$ À la température $T_1 = 375$ K : $\Delta_{vap}h_1 = 2300$ kJ $\cdot$ kg^{-1}.
$\star$ À la température $T_2 = 500$ K : $\Delta_{vap}h_2 = 1750$ kJ $\cdot$ kg^{-1}.

1. Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.
2. Déterminer la chaleur reçue au cours des différentes transformations.
3. Exprimer la variation d'entropie de chaque étape du système.
4. Déterminer la fraction massique x_E.
5. Définir et calculer le rendement r de ce cycle. Comparer la valeur obtenue à celle d'un cycle idéal de Carnot et expliquer l'origine de la différence.

Th06. Champ de pression, atmosphère non isotherme (**)

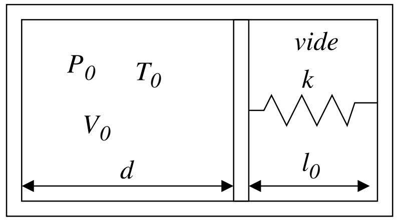
On considère un modèle d'atmosphère dans lequel l'air, assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29$ g $\cdot$ mol^{-1} est au repos dans le champ de pesanteur uniforme g, sa température T décroissant avec l'altitude z suivant une relation affine du type :
$$T(z) = T_0(1 - az)$$
avec $T_0 = 293$ K la température à l'altitude $z = 0$ au niveau de la mer et a une constante positive.

1. Sachant qu'au sommet de l'Everest ($z_1 = 8807$ m) la température est $t_1 = -40$°C, calculer la constante a.
2. En utilisant l'équation de la statique des fluides, établir l'équation différentielle vérifiée par la pression p en fonction de l'altitude z. On pose $H = RT_0/(Mg)$.
3. En déduire $p(z)$ en fonction de $p_0 = 1$ atm au niveau de la mer, H et a.
4. En déduire la pression p_1 au sommet de l'Everest.

Th07. Équilibre d'un piston (**)

On étudie un cylindre muni d'un piston calorifugé de section S. L'ensemble du dispositif est calorifugé.
Dans le compartiment de gauche se trouve un gaz parfait diatomique. Le compartiment de droite est vide à l'exception d'un ressort de raideur k qui a initialement sa longueur à vide l_0. Le piston est pour l'instant maintenu par un opérateur.

configuration initiale



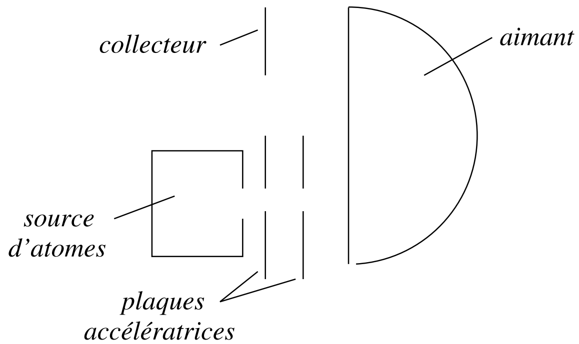
On lâche le ressort. Déterminer la position du piston à l'équilibre notée x_{eq}.

5 Électromagnétisme

→ Pour l'étude du mouvement des particules chargées dans des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$, il faut connaître l'expression de la force de Lorentz.
→ Un champ magnétique n'agit que sur la direction du vecteur vitesse mais préserve la norme de celui-ci.
→ En présence d'une force électrique conservative, la conservation de l'énergie mécanique peut, si on ne cherche pas les lois horaires, avantageusement remplacer la deuxième loi de Newton.
→ Dans le cas où le champ magnétique est perpendiculaire à la vitesse initiale, le mouvement est circulaire de rayon R tel que « $mv = |q|BR$ ».
→ Il faut connaître la définition de l'inductance propre et de l'inductance mutuelle en terme de flux.
→ Les exercices d'induction se traitent en couplant une équation mécanique et une équation électrique. La résolution doit être précédée d'une étude qualitative du mouvement faisant intervenir la loi de Lenz. L'orientation du circuit, le respect des règles d'orientation pour le courant, la force électromotrice, le flux sont essentiels.

EM01. Spectromètre de masse (**)

On souhaite construire un spectromètre de masse permettant de déterminer le ratio carbone 12/carbone 14 d'un échantillon afin de déterminer son âge.

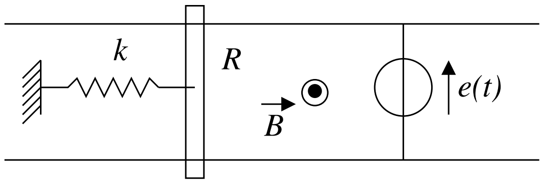


L'échantillon est tout d'abord vaporisé et le gaz est ionisé. On obtient des ions de charge $+e$.
Les ions sont accélérés par un accélérateur électrostatique, la différence de tension entre les deux plaques est de 1,0 kV.
Une fois la traversée de l'aimant effectuée, les ions sont récupérés au niveau du collecteur.

1. Quelle valeur faut-il donner au champ magnétique de l'aimant permettant au dispositif de pouvoir tenir sur une table ?
2. Sachant que les deux faisceaux doivent être séparés d'au moins quelque millimètres au niveau du collecteur, le dispositif est-il adapté pour séparer les atomes ^{12}C et ^{14}C ?
3. Est-il légitime de négliger la gravitation ? On déterminera la hauteur de chute lors du parcours sur le demi-cercle.

EM02. Tige et induction (Banque PT 2013, Ind 05) (**)

La tige, de longueur a et de résistance R, glisse sans frottement ; $\vec{B}$ est constant et uniforme et $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$ la tension fournie par un GBF.



1. Donner l'équation du mouvement de la tige.
2. Déterminer l'amplitude V_m de sa vitesse.

EM03. Fusion de la glace par induction (Oral Mines PSI 2015, (***))

On pose un barreau sur deux rails conducteurs parallèles, distants de $L = 50$ cm, perpendiculairement à ces derniers. On ferme le circuit par une résistance $R = 1,0\ \Omega$ que l'on place dans une enceinte calorifugée avec une masse $m = 1,0$ kg de glace à la température $T_0 = -10°$C.

On impose au barreau un mouvement rectiligne sinusoïdal d'amplitude b et de fréquence f.
Il règne dans la zone délimitée par les rails, entre $-b$ et b un champ uniforme et constant $B_0 = 0,5$ T.

Données : $2b = 25$ cm ; enthalpie massique de fusion de la glace : 333 $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; capacité thermique massique de la glace : $c = 2,06\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

1. Expliquer qualitativement ce qui va se produire.
2. Quelle fréquence f doit-on choisir pour que la glace commence à fondre au bout de 15 minutes ?
3. On améliore le chauffage en utilisant N de ces circuits (qui partagent la même résistance).
   On dispose de fils conducteurs, comment les utiliser pour optimiser le chauffage ?

6 Chimie

→ Si les sujets de physique, en particulier à Centrale et aux Mines, peuvent se révéler ambitieux et difficiles, les parties chimie sont souvent bien plus abordables en restant plus proches des notions vues en cours. Négliger la chimie serait une erreur grave dans l'optique des concours.

→ La chimie organique étudiée en PCSI n'est pas évaluée aux concours de la filière PSI.

Ch01. Représentations de Lewis (*)

Numéro atomique : Z(H)=1, Z(C)=6, Z(O)=8, Z(F)=9, Z(Mg)=12, Z(Si)=14, Z(P)=15, Z(S)=16, Z(Cl)=17.

1. Proposer des représentations de Lewis pour les molécules suivantes :
   CF_4, PH_3, SiH_4, $MgCl_2$, $OPCl_3$
2. Prévoir la géométrie de ces molécules.

Ch02. Chimie du soufre (**)

1. Donner la configuration électronique du soufre.
2. Proposer des représentations de Lewis pour les entités suivantes : SO_2, SO_3, SO_3^{2-}, SO_4^{2-}.
   Prévoir la géométrie de ces molécules.
3. Donner la représentation de Lewis de SF_4 ; expliquer pourquoi OF_4 n'existe pas.

Ch03. La cuprite Cu_2O (*)

La cuprite, Cu_2O, cristallise dans un système cubique. Les anions O^{2-} constituent un réseau cubique centré et les cations Cu^+ occupent le milieu de 4 des 8 demi-diagonales du cube.

1. Dessiner la maille.
2. Indiquer le nombre d'ions Cu^+ et O^{2-} par maille.
3. Calculer la coordinence de chaque ion.
4. Calculer le paramètre cristallin (arête de la maille) sachant que la densité de la cuprite vaut d=6,0.
   Donnée : masse molaire de la cuprite : 143,1 $g \cdot mol^{-1}$.

Ch04. Énergie d'activation (**)

On considère la réaction :

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(aq)}$$

On détermine la constante de vitesse à diverses températures et on obtient les résultats suivants :

t(°C)	0	10	20	40
k	1	2,08	4,38	16,2

En utilisant la loi d'Arrhénius, déterminer la valeur de l'énergie d'activation de la réaction.

Ch05. Réaction d'ordre 1. Mesure de pression (**)

On suit la décomposition à température et volume fixés de l'oxyde diméthylique par mesure de la pression totale P :

$$C_2H_6O_{(g)} \longrightarrow CH_{4(g)} + CO_{(g)} + H_{2(g)}$$

1. On appelle a le nombre initial de moles d'oxyde diméthylique et α la proportion d'oxyde ayant réagi à l'instant t.
   Exprimer l'ensemble des nombres de moles des espèces présentes à l'instant t en fonction de α et a.
2. En supposant la réaction d'ordre 1, montrer que α vérifie l'équation différentielle :
   $$\frac{d\alpha}{dt} = k(1-\alpha)$$
3. En déduire $\alpha(t)$.
4. Exprimer la pression totale à l'instant t en fonction de a, $\alpha(t)$, R , T et V.
   En déduire l'expression de la pression au cours du temps.
5. À t_∞, on mesure $P_\infty = 1200$ mmHg et à l'instant $t = 460$ s, on mesure $P = 549$ mmHg. En déduire $\tau_{1/2}$.

Ch06. Cinétique chimique en réacteur ouvert (**)

Le gazole est un mélange liquide d'hydrocarbures notés RH et d'hydrocarbures soufrés notés RSR. Il doit être désulfuré selon la réaction schématique :

$$RSR + 2H_2 = 2RH + H_2S$$

On opère vers 350°C, en présence de catalyseur et de dihydrogène en excès, dans un réacteur ouvert parfaitement agité de volume V, fonctionnant en régime stationnaire.

On souhaite déterminer l'ordre p de la réaction de désulfuration par rapport à RSR.
Pour cela, on fait fonctionner le réacteur avec différents débits Q_i de gazole. Une fois le régime stationnaire établi, on mesure la concentration de RSR en sortie de réacteur.

La concentration de RSR en entrée du réacteur est égale à $[RSR] = 30$ $mol \cdot m^{-3}$ pour toutes les expériences.
On reporte ci-dessous les concentrations de sortie mesurées pour chaque expérience i en fonction du temps de passage de RSR dans le réacteur.

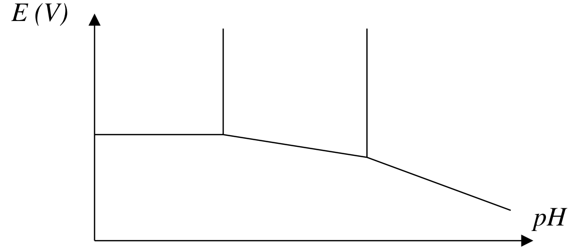
τ_i (h)	1,2	2,1	2,8	3,9	5,0	9,0
$[RSR]_s$ ($mol \cdot m^{-3}$)	17,3	13,3	11,2	9,0	7,5	4,7

1. Quel est le lien entre le temps de passage τ_i du réactif et le débit Q_i dans le réacteur ?
2. À l'aide d'un bilan sur une durée dt, établir une relation entre dn^E_{RSR}, la quantité de matière de RSR entrant pendant dt, dn^S_{RSR} celle sortant pendant dt et la vitesse de réaction de désulfuration.
3. En déduire une relation entre la vitesse de réaction, le temps de passage, les concentrations d'entrée et de sortie.
4. En utilisant les résultats expérimentaux, déterminer l'ordre de la réaction de désulfuration, ainsi que la constante de vitesse.

Ch07. Diagramme E-pH simplifié de l'aluminium (**)

On s'intéresse dans ce diagramme aux espèces : $Al_{(s)}$, $Al^{3+}_{(aq)}$, $AlO^-_{2(aq)}$, et $Al(OH)_{3(s)}$.
On considère une solution initialement acide contenant des ions aluminium Al^{3+} à la concentration $c_0 = 10^{-2}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$.
On ajoute progressivement une solution concentrée de soude (on néglige les effets de dilution).

1. Déterminer le pH d'apparition du précipité de $Al(OH)_{3(s)}$.
   On donne : $pK_s(Al(OH)_{3(s)}) = 32,3$ et $pKe = 14$.
2. Lors que le pH augmente, on observe la dissolution de $Al(OH)_{3(s)}$ selon la réaction d'équation :
   $$Al(OH)_{3(s)} + HO^-_{(aq)} = AlO^-_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)} \quad \text{avec} \quad K = 10^{3,4}$$
   Déterminer le pH de disparition de $Al(OH)_{3(s)}$.
3. L'allure du diagramme potentiel-pH de l'aluminium est représenté ci-dessous (concentration $c_0 = 10^{-2}\ \mathrm{mol\cdot L^{-1}}$ pour les espèces dissoutes)
   On donne $E^\circ(Al^{3+}/Al) = -1,68$ V.



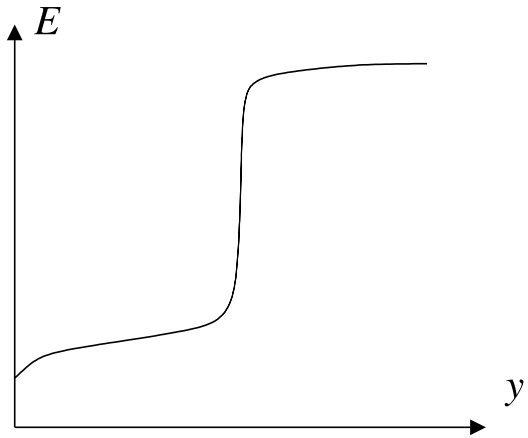
   (a) Placer les espèces dans leurs domaines respectifs.
   (b) Indiquer le potentiel associé à la frontière horizontale et le pH associé aux frontières verticales.
   (c) Indiquer les pentes des deux autres segments.
   (d) Quelles sont les espèces stables dans l'eau ? Indiquer les domaines de passivation et de corrosion.

Ch08. Dosage potentiométrique (***)

Données : $\mathcal{N}_A = 6,02\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $e = 1,6\times10^{-19}$ C ; $\dfrac{RT\ln(10)}{\mathcal{F}} \simeq 0,060$ V.
$E_1^0(Ce^{4+}/Ce^{3+}) = 1,72$ V ; $E_2^0(Fe^{3+}/Fe^{2+}) = 0,77$ V.

1. On envisage le dosage potentiométrique des ions fer(II) par les ions cérium(IV) (ions ferreux et ions cériques) : écrire l'équation de la réaction de dosage.
   Quelle est la quantité d'électricité échangée pour un avancement de 1,0 mol ?
2. Si l'on prépare un mélange initialement équimolaire en ions ferreux et cériques, quelles relations simples aura-t-on entre les concentrations à l'équilibre des ions fer(II) et cérium (IV) d'une part, et fer(III) et cérium(III) d'autre part ?
   Montrer que l'on peut en déduire, qu'à l'équilibre, le potentiel de cette solution vaut : $E_{eq} = \dfrac{E_1^0 + E_2^0}{2}$.
3. Exprimer (en justifiant) la constante d'équilibre de la réaction de dosage $K = f(E_1^0, E_2^0)$. Faire l'application numérique et conclure.

On dose une solution ferreuse contenant initialement a mol d'ions fer (II) dans un volume V_0 par une solution d'ions cérium(IV) de même concentration ; la quantité d'ions cériques apportés à un stade donné du dosage vaut $y \times a$ avec $y \in [0,2]$. Le dispositif expérimental permet d'accéder au potentiel E de la solution (en mesurant la tension entre cette solution et une électrode de référence). On obtient une courbe ayant l'allure suivante :



4. Valeurs du potentiel de la solution :
   (a) Avant l'équivalence $0 < y < 1$: en utilisant la formule de Nernst du couple Fe^{3+}/Fe^{2+}, déterminer le potentiel E de la solution en fonction de y et E_2^0. Calculer en particulier $E(y = 1/2)$.
   (b) Après l'équivalence $y > 1$: en utilisant la formule de Nernst du couple

Ce^{4+}/Ce^{3+}, déterminer le potentiel E de la solution en fonction de y et E_1^0. Calculer en particulier $E(y=2)$.

(c) À l'équivalence : montrer que le potentiel de la solution est donné par le résultat de la question 2. Justifier la réponse.

5. En fait, on mesure $E(y=1/2) = 0,67$ V. Pour interpréter cet écart à la théorie et sachant qu'on travaille en milieu sulfurique, on envisage la formation d'un ion complexe $Fe(SO_4)^+$ entre le fer (III) et l'ion sulfate SO_4^{2-} en excès. On donne pour ce complexe $pKd = 3,85$; d'autre part lorsque $y = 1/2$, la concentration en ion sulfate est voisine de 10^{-2} mol · L^{-1}. Exprimer $E(y=1/2)$ en tenant compte de la complexation du fer(III) et montrer qu'on retrouve effectivement la valeur mesurée.

Ch09. Complexation et domaines de prédominance (**)

L'ion Cu^{2+} donne avec l'ion tartrate T^{2-} les différents complexes $CuT_n^{2(n-1)-}$; les constantes de formation globales valent :

n	1	2	3	4
$\log \beta_n$	3,2	5,1	4,8	6,5

1. Déterminer les constantes de formation et de dissociation successives.
2. Tracer alors le diagramme de prédominance prenant en compte l'ensemble des espèces (axe gradué en $pT = -\log[T^{2-}]$).
3. Que constate-t-on pour CuT_3^{4-} ?
4. Tracer le diagramme de prédominance en ne prenant pas en compte CuT_3^{4-} et en considérant la frontière entre CuT_2^{2-} et CuT_4^{6-}.

7 Résolution de problème

RP01. Flux de photons

On considère une lampe à vapeur de sodium possédant une puissance lumineuse de l'ordre de 100 W.
Cette lampe émet une lumière de couleur orange.

Question : à quel rythme les photons sont-ils émis ?

RP02. Autonomie d'une lampe de poche

On considère une lampe de poche alimentée par 3 piles AAA chacune ayant une masse de 30 g et pouvant être assimilée à du zinc.
La lampe de poche fournit une puissance lumineuse de l'ordre de 50 W et les LED qui la constituent ont un rendement voisin de l'unité, chaque électron permettant au niveau de la jonction d'émettre un photon.

Question : estimer l'autonomie de cette lampe de poche.

Données : $M(Zn) = 65$ g/mol, constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J · s.

RP03. Saut à l'élastique

Une personne effectue un saut en élastique depuis le pont de Ponsonnas d'une hauteur de 103 m.
La personne utilise une corde de 40 m de long. La tension de la corde est de $2,0 \times 10^3$ N pour un allongement de 100%.

Question : cette corde est-elle bien choisie ?

RP04. Rayon de Schwarzschild

Dans une vision classique développée par Pierre-Simon de Laplace, un trou noir est un objet duquel même la lumière ne peut s'échapper.

Question : déterminer le rayon d'un tel objet qui aurait la masse du Soleil.

Donnée : distance Soleil-Terre $a_0 = 1,5 \times 10^{11}$ m

RP05. Champ de pesanteur terrestre

Une personne dispose de deux horloges identiques dont l'oscillateur est un pendule simple qui, à la surface de la Terre, bat la seconde.
Pour tenter de mettre en évidence la dépendance du champ de pesanteur avec l'altitude, il place une des horloges au rez-de-chaussée de l'Empire State Building et l'autre au dernier étage situé à 381 mètres d'altitude.
Question : est-il possible de mettre en évidence le caractère non uniforme du champ de pesanteur terrestre en laissant les horloges osciller pendant une journée ?

RP06. Émission de CO_2

Question : estimer les émissions de CO_2 en g/km d'une voiture à essence de type citadine sur un trajet autoroutier.

Données :
L'essence peut être assimilée à de l'octane de masse volumique $\rho \approx 0,75$ kg/L.
Les masses molaires de l'hydrogène, du carbone et de l'oxygène sont respectivement (en g · mol^{-1}) : 1, 12, 16.