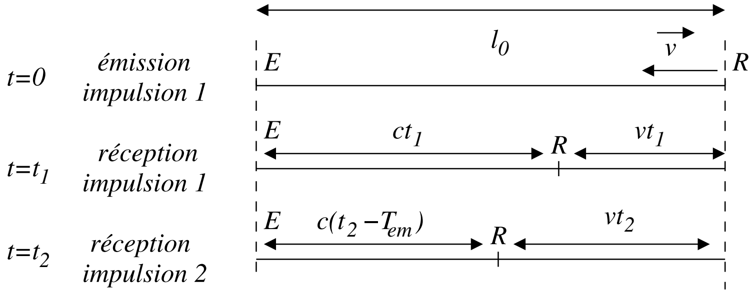
Détection hétérodyne : mesure de vitesse par décalage Doppler

Spé 2 – PSI

Lycée Naval, Brest

16 mars 2016

Q.1. Principe de l'effet Doppler



$$l_0 = (c+v)t_1 \quad \text{et} \quad c(t_2 - T_{em}) + vt_2 = l_0$$

Ce qui donne $T_{rec} = t_2 - t_1 = \dfrac{c}{c+v} T_{em}$ donc $\boxed{f_{rec} = f_{em}\left(1+\dfrac{v}{c}\right)}$

Q.2. Principe de l'expérience

- R_1 et R_2 voisins : amplitudes reçues voisines,
- vitesse de R_1 opposée à la direction d'émission de l'onde,
- vitesse évolue à l'échelle de l'oscillation mécanique $T \simeq 1$ s, enregistrement sur une durée $\tau = 20\ \mathrm{ms} \ll T$
- en $\theta = 0^\circ$, v passe par un extremum.

Q.3. Méthode hétérodyne

- signal EA1 : $a_0 \cos\left(2\pi f_{rec.} t\right)$; signal EA2 : $a_0 \cos\left(2\pi f_{em} t\right)$

- sortie du multiplieur : $s(t) = k a_0^2 \cos\left(2\pi f_{rec.} t\right) \cos\left(2\pi f_{em} t\right)$

$$s(t) = \frac{k a_0^2}{2} \left[\cos\left(2\pi \left[f_{rec.} + f_{em}\right] t\right) + \cos\left(2\pi \left[f_{rec.} - f_{em}\right] t\right)\right]$$

- $v \ll c$: $f_{em} + f_{rec.} \simeq 2 f_{em} = 80$ kHz

- $f_{rec.} - f_{em} = f_{em} \dfrac{v}{c}$ de l'ordre de 100 Hz.

- Utiliser filtre passe bas avec $\boxed{f_c \simeq 1\ \mathrm{kHz}}$.

Q.4. Code filtrage numérique

- T_e est le pas de temps, doit correspondre à la valeur retenue lors de l'enregistrement ($f_e > 2f_{em}$).

- Filtre passe-bas 1er ordre : (avec S sortie du filtre et P produit) :

$$\tau \frac{dS}{dt} + S = P$$

- On discrétise l'équation ($S[n] = S(nT_e)$ et $P[n] = P(nT_e)$) :

$$\tau \frac{S[n+1] - S[n]}{T_e} + S[n] = P[n]$$

$$\boxed{S[n+1] = S[n] + \frac{T_e}{\tau}(P[n] - S[n])}$$

Q.5. Exploitation des courbes (1)

- On constate que les signaux EA_1 et EA_2 se décalent progressivement dans le temps, indiquant une légère différence de fréquence $f_{EA1} = f_{rec.} > f_{EA2} = f_{em}$.

- Sortie du multiplieur : basse fréquence fortement bruitée par le signal haute fréquence

- Sortie du filtre : signal quasi-sinusoïdal, une fois le régime transitoire $\tau \simeq 1$ ms atténué.

Q.5. Exploitation des courbes (2)

- Signal de sortie : période $T_s = 15,0 - 3,6$, $\boxed{T_s = 11,4 \text{ ms}}$

- $\Delta f = f_{rec} - f_{em} = \dfrac{1}{T_s} = f_{em}\dfrac{v}{c}$ donc $\boxed{v = \dfrac{c}{T_s \times f_{em}}}$

- Application numérique :

$$v = \frac{340}{11,4 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^{3}} \Rightarrow \boxed{v \simeq 0,75 \text{ m.s}^{-1}}$$

Q.6. Mesure directe de la vitesse

- On repère les couples :

$$\{1,8\ \mathrm{ms}, -5,5\ \mathrm{mV}\}\ \text{et}\ \{17,5\ \mathrm{ms}, -150\ \mathrm{mV}\}$$

- $\left|\dfrac{150-5,5}{17,5-1,8}\right| \times \dfrac{45}{5} \times \dfrac{\pi}{180} \times 0,54$

$$\boxed{v = 0,78\ \mathrm{m.s}^{-1}}$$

Q.7. Traitement analogique

- ALI : amplificateur inverseur, gain=10. Amplifier les signaux issus des récepteurs.

- $f_c = \dfrac{1}{2\pi RC} = \dfrac{1}{2\pi \times 10^3 \times 0,16 \times 10^{-6}} \simeq 1\ \mathrm{kHz}$

Battements (1)

- On somme les deux signaux

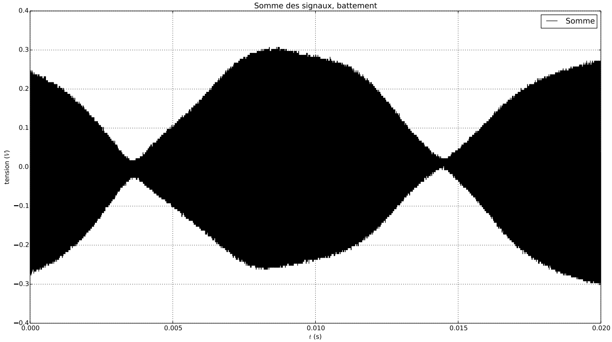
$$u_1 + u_2 = U_0 \cos\left(2\pi f_{em} t\right) + U_0 \cos\left(2\pi f_{rec.} t\right)$$

$$u_1 + u_2 = 2U_0 \cos\left(2\pi \frac{f_{em} + f_{rec.}}{2} t\right) \cos\left(2\pi \frac{f_{em} - f_{rec.}}{2} t\right)$$

$$u_1 + u_2 \simeq 2U_0 \cos\left(2\pi f_{em} t\right) \cos\left(\pi f_{em} \frac{v}{c} t\right)$$

Annulation pour $\boxed{\pi f_{em} \frac{v}{c} t_k = \frac{\pi}{2} + k\pi}$

Battements (2)



$$f_{em}\frac{v}{c}(t_{k+1}-t_k)=1$$

$$v=\frac{c}{f_{em}\Delta t}=\frac{340}{40\times10^3\times(14,5-3,6)\times10^{-3}}=0,78\ \mathrm{m.s^{-1}}$$