TD15 : Ondes EM dans le vide (correction)

Ondes015. Onde électromagnétique plane progressive (*)

1. La relation de dispersion étant $k = \dfrac{\omega}{c}$:
$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \quad \Leftrightarrow \quad \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3,0\times 10^8}{6,0\times 10^{-7}} \quad \boxed{\nu = 5,0\times 10^{14}\ \text{Hz}}$$
La longueur d'onde vaut 600 nm, l'onde se situe dans le **domaine visible** (rouge).

2. $\dfrac{k}{3}(2x+2y+z) = k\left(\dfrac{2}{3}\vec{u}_x + \dfrac{2}{3}\vec{u}_y + \dfrac{1}{3}\vec{u}_z\right).(x\vec{u}_x + y\vec{u}_z + z\vec{u}_z) = k\vec{u}.\vec{r}$

Le vecteur unitaire est donc $\boxed{\vec{u} = \left(\dfrac{2}{3}\vec{u}_x + \dfrac{2}{3}\vec{u}_y + \dfrac{1}{3}\vec{u}_z\right)}$.

Dans un plan d'onde, la phase de l'onde est fixée à t donné, ce qui impose :
$$\frac{k}{3}(2x+2y+z) = cste \quad \Rightarrow \quad \boxed{2x+2y+z = cste}$$
qui est l'équation d'un plan d'onde.

3. En dehors des sources $\text{div}\underline{\vec{E}} = 0$, ce qui s'écrit en coordonnées cartésiennes :
$$\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} = -\frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} = \frac{2ikE_0}{3}e^{i\left[\omega t - \frac{k}{3}(2x+2y+z)\right]}$$
Par intégration on en déduit :
$$\underline{E}_y = -E_0 e^{i\left[\omega t - \frac{k}{3}(2x+2y+z)\right]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{E}_y = -\underline{E}_x}$$
On ignore toute constante d'intégration dans le cas de phénomènes ondulatoires.

4. L'onde est une OPPH se propageant dans le vide, par conséquent :
$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{u}\wedge\underline{\vec{E}}}{c} = \frac{\underline{E}_x}{3c}(2\vec{u}_x + 2\vec{u}_y + \vec{u}_z)\wedge(\vec{u}_x - \vec{u}_y) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{\vec{B}} = \frac{\underline{E}_x}{3c}(\vec{u}_x + \vec{u}_y - 4\vec{u}_z)}$$

5. $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle = \left\langle \dfrac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} \right\rangle = \left\langle \dfrac{\vec{E}}{\mu_0} \wedge \left(\dfrac{\vec{u}}{c}\wedge\vec{E}\right)\right\rangle = \dfrac{1}{\mu_0 c}\left\langle \vec{E}.\vec{E}\right\rangle \vec{u}$

Avec $\vec{E} = E_0\cos\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)[\vec{u}_x - \vec{u}_y]$, on obtient :
$$\left\langle \vec{E}.\vec{E}\right\rangle = \left\langle 2E_0^2\cos^2\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)\right\rangle = E_0^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\left\langle \vec{\Pi}\right\rangle = \frac{E_0^2}{\mu_0 c}\vec{u}}$$

Ondes016. Onde électromagnétique progressive (**)

1. → En dehors des charges, $\text{div}\underline{\vec{E}} = 0$ donc $\dfrac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \dfrac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} = 0$ avec :
$$\frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} = -\frac{\pi}{a}E_0\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)$$
$$\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} = -ik_0\underline{\alpha}E_0\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)$$
On en déduit $ik_0\underline{\alpha} + \dfrac{\pi}{a} = 0$

→ Dans le vide l'équation de propagation s'écrit : $\vec{\Delta}\underline{\vec{E}} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$.
Ainsi pour la composante du champ selon Oy :
$$\Delta\underline{E}_y = \frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial z^2} = -\left(\frac{\pi^2}{a^2} + k_0^2\right)E_0\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)$$
$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{E}_y}{\partial t^2} = -\frac{\omega^2}{c^2}E_0\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)$$
On en déduit : $-\dfrac{\pi^2}{a^2} - k_0^2 + \dfrac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad \Rightarrow \quad k_0^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2} - \dfrac{\pi^2}{a^2}$. En conclusion
$$\boxed{k_0 = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{\pi^2}{a^2}}} \quad \text{et} \quad \boxed{\underline{\alpha} = \frac{i\pi}{ak_0}}$$
Bien que la propagation se fasse dans le vide (milieu non dispersif), l'onde n'est pas plane, en conséquence la relation de dispersion n'est pas la relation habituelle.

2. L'onde n'étant pas plane, pour déterminer le champ $\vec{B}$, il faut utiliser l'équation de Maxwell-Faraday :
$$\overrightarrow{\text{rot}}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = -i\omega\underline{\vec{B}}$$
Les composantes du champ électrique ne dépendant pas de x :
$$\overrightarrow{\text{rot}}\underline{\vec{E}} = \left(\frac{\partial \underline{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial z}\right)\vec{u}_x = E_0\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)\left[\underline{\alpha}\frac{\pi}{a} + ik_0\right]\vec{u}_x$$
$$\overrightarrow{\text{rot}}\underline{\vec{E}} = E_0\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)\left[\frac{i\pi^2}{a^2 k_0} + ik_0\right]\vec{u}_x$$

$$-i\omega\underline{\vec{B}} = \overrightarrow{\text{rot}}\underline{\vec{E}} = \frac{iE_0}{k_0}\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)\left[\frac{\pi^2}{a^2}+k_0^2\right]\vec{u}_x$$

D'après la première question, la relation de dispersion s'écrit : $\frac{\pi^2}{a^2}+k_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$, on en déduit : $\underline{\vec{B}} = -\frac{E_0\omega}{k_0c^2}\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\exp\left(i\left[\omega t - k_0 z\right]\right)\vec{u}_x$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\vec{B} = -\frac{E_0\omega}{k_0c^2}\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\cos\left(\omega t - k_0 z\right)\vec{u}_x}$$

3. **L'onde est progressive**, elle se propage selon les z croissants. À t fixé, dans un plan $z = cste$, l'amplitude du champ varie avec y, **l'onde n'est pas plane**. **L'onde est harmonique**. Le champ électrique n'est pas transverse, il possède une composante selon l'axe Oz, le champ magnétique est lui transverse.
4. Pour exprimer le vecteur de Poynting, il faut considérer les grandeurs réelles ; en notation réelle, le champ électrique s'écrit :
$$\vec{E} = E_0\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\cos\left(\omega t - k_0 z\right)\vec{u}_y - \frac{\pi}{ak_0}E_0\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right)\sin\left(\omega t - k_0 z\right)\vec{u}_z$$
On peut alors déterminer le vecteur de Poynting : $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}$.
$$\Pi_y = -\frac{E_0^2\pi\omega}{ak_0^2\mu_0c^2}\cos\left(\frac{\pi y}{a}\right)\sin\left(\frac{\pi y}{a}\right)\cos\left(\omega t - k_0 z\right)\sin\left(\omega t - k_0 z\right)$$
$$\Pi_z = \frac{E_0^2\omega}{\mu_0k_0c^2}\cos^2\left(\frac{\pi y}{a}\right)\cos^2\left(\omega t - k_0 z\right)$$
En moyenne dans le temps, seule la composante selon Oz est non nulle :
$$\boxed{\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle = \frac{E_0^2\omega}{2\mu_0k_0c^2}\cos^2\left(\frac{\pi y}{a}\right)\vec{u}_z}$$
En moyenne, l'énergie se propage dans le sens de la propagation de l'onde.

Ondes079. Guides d'ondes coaxial (**)

1. Au sein du milieu inter-armatures vide de charge, $\text{div}(\underline{\vec{E}}) = 0$; compte tenu de la forme proposée pour le champ électrique, on en déduit :
$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[rE_0(r)e^{i(\omega t - kz)}\right] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d}{dr}\left[rE_0(r)\right] = 0$$
Avec $E_1 = \lim\limits_{r\to R_1^+} E_0(r)$, on en déduit : $\boxed{E_0(r) = \frac{R_1E_1}{r}}$.

On déduit alors la forme du champ magnétique à l'aide de l'équation de Maxwell-Faraday :
$$\overrightarrow{\text{rot}}\underline{\vec{E}} = -\frac{\partial\underline{\vec{B}}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{R_1E_1}{r}e^{i(\omega t - kz)}\right)\vec{u}_\theta = -i\omega\vec{B}_0(r)e^{i(\omega t - kz)}$$
On en déduit :
$$\boxed{\vec{B}_0(r) = \frac{R_1E_1}{r}\frac{k}{\omega}\vec{u}_\theta}$$
2. On exprime le vecteur de Poynting à l'aide des grandeurs réelles :
$$\vec{\Pi}(\vec{r},t) = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\Pi}(\vec{r},t) = \frac{R_1^2E_1^2}{r^2\mu_0}\frac{k}{\omega}\cos^2\left(\omega t - kz\right)\vec{u}_z}$$
On commence par déterminer la moyenne du vecteur de Poynting :
$$\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle = \frac{R_1^2E_1^2}{2r^2\mu_0}\frac{k}{\omega}\vec{u}_z$$
On intègre alors en considérant le flux à travers l'anneau limité par les deux cylindres :
$$\mathcal{P} = \iint\left\langle\vec{\Pi}\right\rangle.d\vec{S} = \int_{r=R_1}^{R_2}\int_{\theta=0}^{2\pi}\frac{R_1^2E_1^2}{2r^2\mu_0}\frac{k}{\omega}dr\times rd\theta$$
$$\mathcal{P} = \frac{\pi R_1^2E_1^2}{\mu_0}\frac{k}{\omega}\int_{r=R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\mathcal{P} = \frac{\pi R_1^2E_1^2}{\mu_0}\frac{k}{\omega}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Ondes077. Laser He-Ne (*)

1. En notation réelle, le vecteur champ électrique pour cette onde plane progressive harmonique dans le sens des x croissants a pour expression :
$$\boxed{\vec{E} = E_0\cos\left(\omega t - kx\right)\vec{u}_y}$$
Pour une OPPH dans le vide, $\vec{B} = \frac{\vec{u}_x}{c}\wedge\vec{E}$: $\boxed{\vec{B} = \frac{E_0}{c}\cos\left(\omega t - kx\right)\vec{u}_z}$.

Et pour le vecteur de Poynting, $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu}$: $\boxed{\vec{\Pi} = \frac{E_0^2}{\mu_0c}\cos^2\left(\omega t - kx\right)\vec{u}_x}$
2. La puissance moyenne est le produit de la moyenne de la norme du vecteur de Poynting par l'aire de la section droite du faisceau :
$$P = \left\langle\|\vec{\Pi}\|\right\rangle\times S = \frac{E_0^2}{2\mu_0c}\times S \quad \Rightarrow \quad E_0 = \sqrt{\frac{2\mu_0cP}{S}}$$
Pour le champ magnétique : $B_0 = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{2\mu_0cP}{S}} = \sqrt{\frac{2\mu_0P}{cS}}$.

Enfin, pour l'énergie électromagnétique volumique, on retrouve l'équipartition :

$$\omega_{EM} = \omega_E + \omega_M = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0} = \varepsilon_0 E^2 \quad \Rightarrow \quad \langle \omega_{EM} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$

Application numérique :

$$E_0 = \sqrt{\frac{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3,0 \times 10^8 \times 1,0}{0,25 \times 10^{-4}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E_0 = 5,5 \text{ kV}}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{5492}{3,0 \times 10^8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{B_0 = 1,8 \times 10^{-5} \text{ T}}$$

$$\langle \omega_{EM} \rangle = \frac{8,85 \times 10^{-12} \times 5492^2}{2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\langle \omega_{EM} \rangle = 1,3 \times 10^{-4} \text{ J} \cdot \text{m}^{-3}}$$

3. Chaque photon possède une énergie $h\nu$; à l'énergie électromagnétique moyenne, on associe une densité de photons n telle que :

$$n \times h\nu = \langle \omega_{EM} \rangle \quad \Leftrightarrow \quad n = \frac{\langle \omega_{EM} \rangle}{h\nu} = \frac{\langle \omega_{EM} \rangle \times \lambda}{hc}$$

Application numérique :

$$n = \frac{1,33 \times 10^{-4} \times 632,8 \times 10^{-9}}{6,626 \times 10^{-34} \times 3,0 \times 10^8} \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 4,2 \times 10^{14} \text{ m}^{-3}}$$

Ondes018. Flux d'énergie solaire (**)

1. $\Phi = \dfrac{2,0 \times 4,2}{60 \times 10^{-4}}$ donc $\boxed{\Phi = 1,4 \text{ kW} \cdot \text{m}^{-2}}$.

2. Le disque terrestre a une aire πR_T^2 et reçoit chaque seconde une énergie $\Phi \times \pi R_T^2 \times \tau$ avec $\tau = 1$ s ; sachant que chaque photon possède une énergie $\dfrac{hc}{\lambda}$, le nombre de photons reçu chaque seconde vaut :

$$N = \frac{\Phi \pi R_T^2 \tau \times \lambda}{hc} = \frac{1400 \times \pi \times (6,4 \times 10^6)^2 \times 1,0 \times 6 \times 10^{-7}}{6,626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}$$

$$\boxed{N = 5,4 \times 10^{35} \text{ photons}}$$

3. En l'absence d'absorption entre le Soleil et la Terre, la puissance $\mathcal{P}$ émise par le Soleil se répartit, au niveau de la Terre, sur une sphère de rayon égale à la distance Terre Soleil :

$$\mathcal{P} = \Phi \times 4\pi a^2 = 1,4 \times 10^3 \times 4\pi \times \left(1,5 \times 10^{11}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\mathcal{P} \approx 4 \times 10^{26} \text{ W}}$$

4. Dans le cas d'une onde plane $\Phi = \left\langle \|\vec{\Pi}\| \right\rangle = \dfrac{E_0^2}{2\mu_0 c}$ donc $E_0 = \sqrt{2\mu_0 c \Phi}$

$$E_0 = \sqrt{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^8 \times 1400} \quad \text{donc} \quad \boxed{E_0 = 1,0 \times 10^3 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}}$$

Ondes021. Onde guidée dans un conducteur creux (**)

1. L'intérieur du guide étant creux, le milieu est assimilable au vide et le champ électrique vérifie l'équation d'onde :

$$\Delta \underline{\vec{E}} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Il faut toutefois prendre garde que l'onde proposée n'est plus une onde plane. Le champ électrique étant dirigé selon (Ox), l'équation se simplifie selon :

$$\Delta E_x - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

$\star$ $\dfrac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = -\omega^2 E_0(y) e^{i(\omega t - kz)}$

$\star$ $\Delta E_x = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = E_0''(y) e^{i(\omega t - kz)} - k^2 E_0(y) e^{i(\omega t - kz)}$

On en déduit :

$$E_0''(y) + \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k^2\right] E_0(y) = 0 \quad \text{donc} \quad \boxed{E_0''(y) + k_c^2 E_0(y) = 0}$$

2. La solution générale de cette équation s'écrit :

$$E_0(y) = A\cos(k_c y) + B\sin(k_c y)$$

Le champ électrique est nul à l'intérieur du conducteur : $E(y = 0^-) = 0$ et $E(y = b^+) = 0$. Comme la composante tangentielle du champ électrique est continue sur les parois, ceci impose : $E_0(0^+) = 0$ et $E_0(b^-) = 0$

$$0 = A \quad \text{et} \quad 0 = A\cos(k_c b) + B\sin(k_c b)$$

On en déduit $A = 0$ et $\boxed{k_c = \dfrac{n\pi}{b}}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$:

$$\boxed{E_0(y) = E_n \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{N}^*}$$

3. Là encore, les formules obtenues pour une onde plane ne sont pas applicables. On peut déterminer le champ magnétique en utilisant l'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\text{rot}} \underline{\vec{E}} = -\frac{\partial \underline{\vec{B}}}{\partial t} = -i\omega \left[\underline{B}_{oy}(y) \vec{u}_y + \underline{B}_{oz}(y) \vec{u}_z\right] e^{i(\omega t - kz)}$$

$$\vec{\text{rot}} \underline{\vec{E}} = \frac{\partial E_x}{\partial z} \vec{u}_y - \frac{\partial E_x}{\partial y} \vec{u}_z = \left[-ikE_0(y) \vec{u}_y - E_n \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \vec{u}_z\right] e^{i(\omega t - kz)}$$

On en déduit par identification :

$$\boxed{\underline{\vec{B}} = \left[\frac{k}{\omega}E_n \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)\vec{u}_y + \frac{n\pi}{b}\frac{E_n}{i\omega}\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)\vec{u}_z\right] e^{i(\omega t - kz)}}$$

4. De la relation de dispersion, on obtient :

$$\boxed{k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \frac{n^2\pi^2}{b^2}}$$

Pour que l'onde se propage, il faut $k^2 > 0$; dans le cas contraire, k est imaginaire pur, et l'onde s'amortit sur une distance de l'ordre de $1/|k|$.
La condition $k^2 > 0$ impose :

$$\boxed{\omega > \omega_c \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{n\pi c}{b}}$$

5. Application :
   (a) D'après les résultats précédents, on a bien (pour le mode $n = 1$) :

$$k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right] \quad \text{avec} \quad \boxed{\omega_c = \frac{\pi c}{b}}$$

   (b) Application numérique :

$$f_c = \frac{c}{2b} = \frac{3\times 10^8}{2\times 300\times 10^3} \quad \text{donc} \quad \boxed{f_c = 5,0\times 10^2 \text{ Hz}}$$

   (c) On a $f > f_c$, l'onde peut donc se propager. Notons que la fréquence doit rester inférieure à la fréquence plasma sinon l'ionosphère deviendrait transparente et l'onde ne se réfléchirait plus sur l'ionosphère.

Ondes022. Pression de radiation corpusculaire (***)

1. L'intensité I représente l'énergie par unité de temps et de surface arrivant sur le métal. L'énergie d'un photon valant $h\nu = \dfrac{hc}{\lambda}$, on en déduit le flux surfacique de photons :

$$\boxed{\Phi = \frac{I\lambda}{hc}}$$

2. Dans le cas d'une réflexion en incidence normale sur un conducteur parfait, l'onde incidente est **entièrement** réfléchie (Cf. cours, coefficient de réflexion en énergie $R = 1$). D'un point de vue corpusculaire, ceci est équivalent au fait que chacun des photons subit un choc élastique.

3. Considérons pour l'instant le cas d'un unique photon, le photon arrive avec la quantité de mouvement $\hbar\vec{k}$ et repart avec la quantité de mouvement $-\hbar\vec{k}$, ce qui correspond à une variation de quantité de mouvement :

$$\delta\vec{p}_{1 \text{ photon}} = -2\hbar\vec{k}$$

Pendant un intervalle de temps dt, le nombre de photons frappant une surface dS vaut $\Phi dt dS$, ce qui correspond à une variation de quantité de mouvement au total :

$$\delta\vec{p}_{tot} = -2\Phi dt dS\hbar\vec{k}$$

Les photons subissent l'action de la plaque :

$$\delta\vec{F}_{\text{plaque}\to\text{photons}} = \frac{\delta\vec{p}_{tot}}{dt} = \frac{-2\Phi dt dS\hbar\vec{k}}{dt} = -2\Phi dS\hbar\vec{k}$$

Les photons exercent la force opposée sur la plaque :

$$\delta\vec{F}_{\text{photons}\to\text{plaque}} = 2\Phi dS\hbar\vec{k} = 2\times\frac{I\lambda}{hc}\times dS\times\frac{h}{2\pi}\times\frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}_z$$

$$\delta\vec{F}_{\text{photons}\to\text{plaque}} = \frac{2IdS}{c}\vec{u}_z$$

C'est à dire une pression $\boxed{P = \dfrac{2I}{c}}$.

Application numérique :

$$P = \frac{2\times\mathcal{P}}{\pi d^2/4\times c} = \frac{2\times 400}{\pi\times(3\times 10^{-3})^2/4\times 3\times 10^8} \quad\Rightarrow\quad \boxed{P\approx 0,4 \text{ Pa}}$$

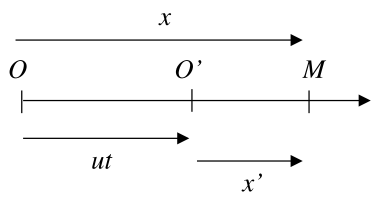
Ceci représente bien évidemment une pression extrêmement « faible » par rapport à la pression atmosphérique ; dans l'espace, cette pression peut engendrer une force susceptible d'accélérer une voile solaire. Si la force est modeste, elle peut se prolonger dans le temps au contraire d'un moteur dont l'action est localisée dans le temps.

4. Si le photon est absorbé, la variation de quantité de mouvement vaut $-\hbar\vec{k}$ et **la pression est deux fois plus faible**.

Ondes080. Radar Doppler (**)

1. L'onde retour est une onde dans le sens des x décroissants. La polarisation identique à celle de l'onde incidente va permettre de vérifier la condition aux limites sur le miroir. Du fait de l'effet Doppler, la fréquence de l'onde retour est *a priori* différente. S'agissant d'une OPPH dans le vide, la relation de dispersion est nécessairement $\boxed{k' = \omega'/c}$.

2. On réalise un schéma de la situation :



On obtient $\boxed{x' = x - ut}$.

3. Partant de la forme du champ exprimé à l'aide des coordonnées dans le référentiel de l'émetteur O, on utilise la transformation précédente pour exprimer le champ à l'aide du nouveau système de coordonnées :

$$\vec{E}'_i = E_{0,i}\cos\left(\omega t - k[x' + ut]\right)\vec{u}_y \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}'_i = E_{0,i}\cos\left([\omega - ku]t - kx'\right)\vec{u}_y}$$

$$\vec{E}'_r = E_{0,r}\cos\left(\omega' t + k'[x' + ut]\right)\vec{u}_y \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{E}'_r = E_{0,r}\cos\left([\omega' + k'u]t + k'x'\right)\vec{u}_y}$$

4. La continuité du champ électrique en $x' = 0$ et sa nullité en $x' = 0^+$ au sein du métal impose :

$$\forall t,\ E_{0,i}\cos\left([\omega - ku]t\right)\vec{u}_y + E_{0,r}\cos\left([\omega' + k'u]t\right)\vec{u}_y = \vec{0}$$

Cette relation devant être vraie à tout instant, cela impose, pour la solution non identiquement nulle :

$$E_{0,i} = -E_{0,r} \quad \text{et} \quad \omega - ku = \omega' + k'u$$

Avec $k = \omega/c$ et $k' = \omega'/c$, la seconde relation prend la forme :

$$\omega \times \left(1 - \frac{u}{c}\right) = \omega'\left(1 + \frac{u}{c}\right) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\omega' = \omega\left(\frac{1 - u/c}{1 + u/c}\right)}$$

5. À l'ordre 1 en u/c, la relation précédente devient : $\omega' \approx \omega\left(1 - \dfrac{2u}{c}\right)$. C'est à dire, pour l'écart de fréquence :

$$\boxed{f' - f = -f \times \frac{2u}{c}} \quad \Rightarrow \quad f' - f = -\frac{2,5 \times 10^9 \times 2 \times (123/3,6)}{3 \times 10^8}$$

$\boxed{f' - f = -5,7 \times 10^2\ \text{Hz}}$.