Lycée Naval, Spé 2.

TD14 : ondes acoustiques

Ondes008. Niveau sonore (*)

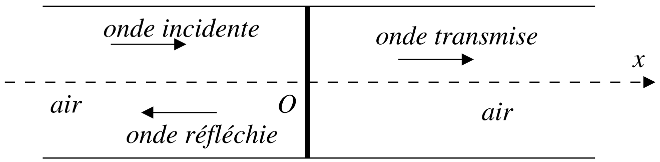
1. Si l'amplitude de la surpression d'une onde sonore est triplée, de combien de dB le niveau sonore augmente-t-il ?
2. Quel est le niveau sonore en dB d'une onde sonore se propageant dans l'air, pour laquelle l'amplitude de déplacement des particules de fluide est de 10^{-6} m à 440 Hz ?

Réponses : 1 : $9,5$ dB ; 2 : $I_{dB} = 92$ dB

Ondes010. Transmission par une paroi (**)

On considère un tuyau horizontal contenant de l'air. On retient $\rho_0 = 1,29\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ pour la masse volumique de l'air et $c = 340\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ pour la célérité des ondes acoustiques dans ce milieu.

En $x = 0$, on dispose une paroi très fine de masse surfacique σ qui peut vibrer sous l'effet des ondes acoustiques circulant dans le tube.



En présence d'une onde plane harmonique incidente selon les x croissants, la présence de la plaque génère une onde réfléchie et une onde transmise.
La plaque acquiert un mouvement sinusoïdal forcé dont l'amplitude est très faible vis à vis de la longueur d'onde de l'onde incidente.

Pour la surpression associée aux trois ondes, on adopte les formes suivantes :

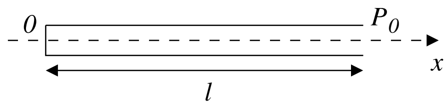
$$\underline{p}_i(x,t) = \underline{a}_i e^{j(\omega t - kx)} \quad \underline{p}_r(x,t) = \underline{a}_r e^{j(\omega t + kx)} \quad \underline{p}_t(x,t) = \underline{a}_t e^{j(\omega t - kx)}$$

1. Justifier l'expression proposée pour les trois ondes.
2. Dans le cas d'une onde progressive se propageant dans le sens des x croissants, rappeler la relation entre les amplitudes du champ des vitesses et du champ de pression.
3. En écrivant les conditions de passage pour l'onde acoustique au niveau de la paroi, déterminer les rapports $\dfrac{\underline{a}_t}{\underline{a}_i}$ et $\dfrac{\underline{a}_r}{\underline{a}_i}$.
   Indication : pour la relation entre les surpressions, écrire la relation fondamentale de la dynamique pour la plaque.
4. Pour l'onde transmise, la membrane joue le rôle de filtre de fréquences. Quelle est la nature de ce filtre et quelle est sa pulsation de coupure à -3 dB ?
5. Le plateau est en béton $\rho_b = 2300\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Calculer l'épaisseur d du plateau pour obtenir un affaiblissement de 50 dB à 300 Hz.
   En déduire pour cette valeur de d, la valeur de la fréquence de coupure.
6. Quels sont, en décibels, les affaiblissements à 100 Hz et à 500 Hz ? Conclure sur l'atténuation du son entre deux logements voisins, pour un son grave et un son aigu.
7. Compte tenu de la valeur obtenue pour d, le modèle de la paroi fine retenu pour l'étude est-il correct ?

Réponses : 2 : $\underline{v} = \dfrac{1}{\rho_0 c}\underline{p}$; 3 : $\dfrac{\underline{a}_t}{\underline{a}_i} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{j\omega\sigma}{2\rho_0 c}}$, $\dfrac{\underline{a}_r}{\underline{a}_i} = \dfrac{\dfrac{j\omega\sigma}{2\rho_0 c}}{1 + \dfrac{j\omega\sigma}{2\rho_0 c}}$; 4 : $\omega_c = \dfrac{2\rho_0 c}{\sigma}$; 5 : $\sigma = \rho_b d$, $d = 6,4$ cm, $G_{dB}(100\ \mathrm{Hz}) = -40$ dB, $G_{dB}(500\ \mathrm{Hz}) = -54$ dB

Ondes011. Modèle de clarinette (**)

Une clarinette est modélisée par un tuyau de section S et de longueur l. Il contient un fluide pour lequel la célérité des ondes sonores est c. Une extrémité du tuyau est fixe et fermée alors que l'autre extrémité est ouverte sur l'atmosphère, qui y impose une pression P_0.



Au repos, la pression vaut P_0 et la masse volumique ρ_0. Les effets de la pesanteur sont négligés. On se place dans l'approximation acoustique.

Le musicien injecte à une extrémité du tuyau une onde sonore plane. Il s'établit alors, pour la surpression, une onde stationnaire $P(x,t) = P_1 \cos(\omega t) \cos(kx)$.

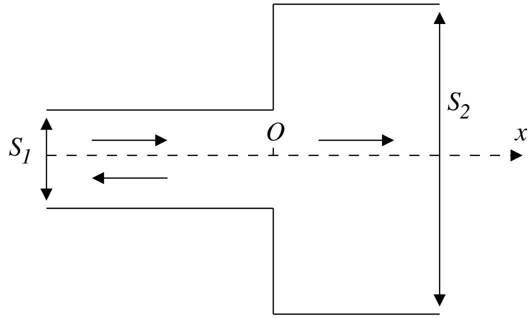
1. Établir l'expression du champ des vitesses dans la clarinette.
2. En utilisant les conditions aux limites, montrer que les pulsations pouvant être jouées par l'instrument sont données par :
   $$\omega_n = \frac{(2n+1)\pi c}{2l} \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{N}$$
3. La note fondamentale d'une flûte de longueur l est $\omega_f = \dfrac{\pi c}{l}$.
   Comparer la hauteur du son d'une flûte et d'une clarinette de même longueur.

4. Quelle est la fréquence de la note jouée par une clarinette de 65 cm de long, dont tous les trous sont bouchés à l'exception de celui du milieu, dans de l'air à 20°C ?

Réponses : 1 : $v(x,t) = \dfrac{P_1}{\rho_0 c}\sin(\omega t)\sin(kx)$; 3 : $\omega_0 = \dfrac{\pi c}{2l}$; 4 : $f_0 = 264$ Hz

Ondes012. Raccordement entre deux conduites (**)

On étudie la réflexion et la transmission d'ondes sonores dans un fluide homogène au niveau du raccordement entre deux conduites de sections différentes.



Au repos, le fluide homogène a une masse volumique ρ_0 et la pression vaut p_0 ; on note c la célérité des ondes sonores dans ce fluide.
Pour les champs des vitesses associés aux ondes incidente, réfléchie et transmise, on adopte les notations suivantes $v_i(x,t) = f(t - x/c)$, $v_r(x,t) = g(t + x/c)$, $v_t(x,t) = h(t - x/c)$.

Dans le cas présent, on admettra que les conditions aux limites sont : continuité de la pression et continuité du débit volumique.

1. En utilisant l'impédance acoustique, déterminer l'expression des champs de surpression pour chacune des ondes en fonction du champ des vitesses et des constantes ρ_0 et c.
2. Exprimer le débit volumique D_v associé à chacune des ondes.
3. Obtenir un système de deux équations en exploitant les conditions aux limites décrites ci-dessus.
4. En déduire les coefficients de réflexion et de transmission (pour la surpression et la vitesse) en fonction des seules grandeurs S_1 et S_2.
5. Rappeler l'expression du vecteur de Poynting et en déduire les coefficients de réflexion et de transmission en énergie.
6. Discuter les cas limites $S_2 \gg S_1$, $S_2 \ll S_1$ et $S_2 = S_1$.

Réponses : 1 : $p_i(x,t) = \rho_0 c v_i(x,t)$, $p_r(x,t) = -\rho_0 c v_r(x,t)$, $p_t(x,t) = \rho_0 c v_t(x,t)$;
2 : $D_{v,i} = S_1 v_i(x,t)$, $D_{v,r} = S_1 v_r(x,t)$, $D_{v,t} = S_2 v_t(x,t)$; 3 : $p_i(0^-,t) + p_r(0^-,t) = p_t(0^+,t)$, $S_1(v_i(0^-,t) + v_r(0^-,t)) = S_2 v_t(0^+,t)$; 4 : $t_p = \dfrac{p_t(0^+,t)}{p_i(0^-,t)} = \dfrac{2S_1}{S_1+S_2}$, $r_p = \dfrac{p_r(0^-,t)}{p_i(0^-,t)} = \dfrac{S_1-S_2}{S_1+S_2}$;
5 : $R = \left(\dfrac{S_1-S_2}{S_1+S_2}\right)^2$, $T = \dfrac{4S_1S_2}{(S_1+S_2)^2}$

Pour aller plus loin

Ondes072. Modes propres d'une cavité sphérique (***)

Un fluide parfait est enfermé dans un récipient indéformable sphérique de centre O et de rayon a.
On cherche à étudier les modes propres d'oscillation à symétrie sphérique du fluide dans l'approximation acoustique.

La surpression vérifie l'équation d'onde : $\Delta p - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$.

On rappelle que pour un problème à symétrie sphérique l'expression du Laplacien en coordonnées sphériques est donnée par : $\Delta V(r,t) = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial^2 rV(r,t)}{\partial r^2}$.

1. Le mode propre de surpression est cherché, en notation complexe, sous la forme : $\underline{p}(r,t) = f(r) \times e^{i\omega t}$.
   Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la fonction $g: \ r \to rf(r)$ dans le domaine d'étude.
2. En déduire que la surpression est nécessairement de la forme :
   $$\forall r \in]0,a[, \quad \underline{p}(r,t) = \underline{B} \times \frac{\sin(kr)}{r} \times e^{i\omega t}$$
   avec $k = \dfrac{\omega}{c}$ et $\underline{B}$ une constante dont on ne cherchera pas l'expression.
3. Exprimer l'expression $\underline{v}(r,t)$ du champ des vitesses en utilisant une relation qui le lie à la surpression.
4. Compte tenu d'une condition aux limites, montrer que les pulsations propres ω_n vérifient :
   $$\tan\left(\frac{\omega_n a}{c}\right) = \frac{\omega_n a}{c}$$
5. Déterminer par une méthode graphique les pulsations propres solutions de l'équation précédente.

Réponses : 1 : $g''(r) + k^2 g(r) = 0$ avec $k = \omega/c$; 3 : $\underline{v}(r,t) = \dfrac{i\underline{B}}{\mu\omega}e^{i\omega t}\left[\dfrac{k\cos(kr)}{r} - \dfrac{1}{r^2}\sin(kr)\right]$

Ondes076. Flûte et clarinette (**)

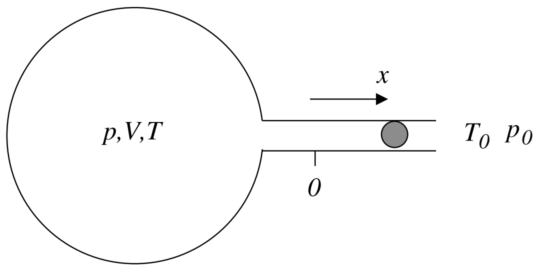
Pour les conditions aux limites, on considère que la flûte est ouverte à ses deux extrémités alors que la clarinette est ouverte d'un côté et fermée de l'autre.

1. Tous les trous de la flûte étant bouchés, elle émet à température ambiante un do à 264 Hz. Estimer sa longueur ainsi que la variation de fréquence due à une baisse de température de 10°C.
2. Quelle est la fréquence du son émis par une clarinette de même longueur dont tous les trous sont également bouchés ?

Réponses : 1 : $L = 64$ cm, $\dfrac{df}{f} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{dT}{T}$, $\Delta f = -4,4$ Hz ; 2 : $f = 132$ Hz

Ondes071. Résonateur de Helmholtz (**)

Une petite bille de masse m peut osciller sans frottement à l'intérieur d'un tube cylindrique horizontal de petite section S sur lequel débouche une bouteille sphérique de grand volume.



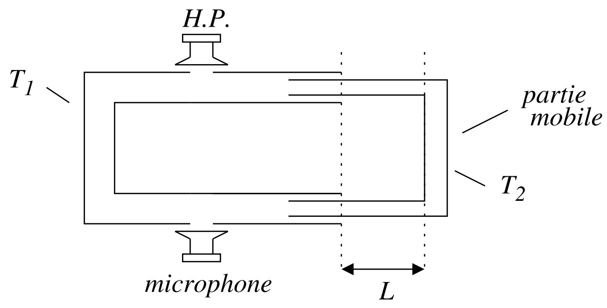
La bille, de diamètre très proche de celui du tube, se comporte comme un piston étanche : l'air contenu dans la bouteille est un système fermé, se trouvant à la date t à la pression p et à la température T. La pression extérieure est p_0 et la température extérieure T_0. On repère la position de la bille par rapport à la position d'équilibre par la coordonnée x (l'axe Ox étant horizontal) et on note V_0 le volume occupé par l'air dans la bouteille lorsque $x = 0$. On suppose pour l'air $\gamma = c_p/c_v$. On néglige tout frottement et on suppose que l'air au sein du ballon subit une transformation adiabatique et réversible.

Exprimer la pulsation ω_0 des petites oscillations de la bille en fonction de γ, p_0, S, m, et V_0.
La mesure de la période de ces oscillations est une des méthodes de mesure de γ (méthode de Rückhardt, 1929)

Réponse : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{p_0 \gamma S^2}{m V_0}}$

Ondes086. Trombone de Kœnig (Oral CCP et ESM 2018, **)

Deux pièces T_1 et T_2 en U sont emboîtées et peuvent coulisser l'une par rapport à l'autre. Un haut-parleur émet une onde sonore à la fréquence f et un récepteur est placé de l'autre côté du tube.



Dans une première expérience à 0°C et à la pression $P = 1,0$ atm, la célérité de l'onde est de 330 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. En déplaçant d'une distance $d = 55$ cm le tube T_2, on observe deux minima d'intensité sonore consécutifs pour l'onde au niveau du récepteur.

Questions : expliquer le phénomène observé. Estimer la nouvelle distance d' de déplacement pour observer le même phénomène sachant que l'air à l'intérieur du tube est maintenant à 27 degrés Celsius.

Réponse : 1 : $d' = d\sqrt{\dfrac{T'}{T}}$