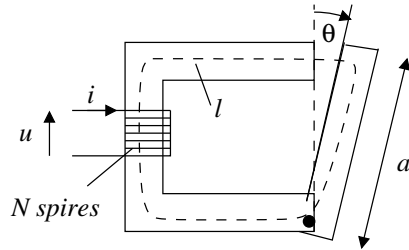


TD11 : conversion électromécanique

Contacteur électromécanique

CP016. Couple exercé sur une barre mobile (*)

Le circuit magnétique ci-dessous est constitué d'un matériau magnétique linéaire de grande perméabilité relative.



La longueur moyenne du matériau vaut ℓ et sa section constante S . Il comporte une partie, de longueur a , mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure.

Dans toute la suite, on suppose $\theta \ll 1$ rad.

1. Déterminer l'expression du champ magnétique qui règne dans l'entrefer et montrer que l'inductance propre du système a pour expression :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\frac{\ell}{\mu_r} + a\theta}$$

2. En déduire le couple qui s'exerce sur la partie mobile.

Réponses : 2 : $\Gamma = -\frac{a\mu_0 N^2 S i^2}{2(\ell/\mu_r + a\theta)^2}$

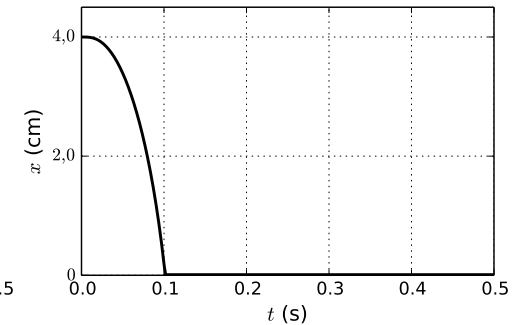
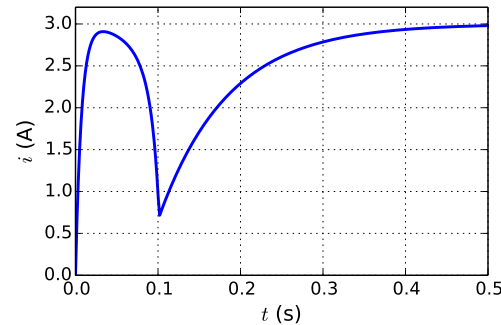
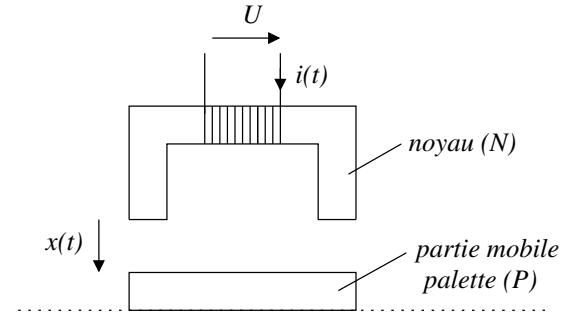
CP072. Pic de courant dans un relais à palette (**).

On considère un convertisseur à mouvement linéaire, constitué d'un noyau (N) fixe en forme de U , d'une palette (P) cylindrique, tous deux en fer doux de section S . Ces deux parties forment un circuit magnétique d'entrefer $x(t)$ dont on considérera la canalisation parfaite des lignes de champ. Le fer doux est un matériau de grande perméabilité relative μ_r .

La longueur moyenne totale de l'aimant en U et de la palette est notée ℓ . La palette a une masse m .

Un bobinage (B) enroulé autour de (N) est, à partir de $t = 0$, alimenté par la tension continue U et parcouru par le courant $i(t)$. On note R la résistance de

l'enroulement constitué de N spires



Les figures ci-dessus donnent les courbes de simulation du courant et de la position de la palette au cours du temps.

Paramètres : $U = 30$ V, $R = 10$ Ω , $N = 500$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H \cdot m $^{-1}$, $\mu_r = 200$, $S = 0,020$ m 2 , espacement initial $e = 4,0$ cm, $\ell = 1,5$ m, $m = 10$ kg.

1. Établir le système d'équations différentielles satisfait par $i(t)$ et $x(t)$.
2. Analyser les différentes phases du mouvement et expliquer l'allure des courbes.

Réponses : 1 : $m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - \frac{\mu_0 N^2 S i^2}{(\ell/\mu_r + 2x)^2}$, $U = Ri + \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell/\mu_r + 2x} \times \left[\frac{di}{dt} - \frac{2i}{\ell/\mu_r + 2x} \frac{dx}{dt} \right]$

Machine à courant continu

CP065. Caractéristiques d'un moteur à courant continu (**)

Le rotor a un moment d'inertie $J_{\Delta} = 1,0 \times 10^{-5}$ kg \cdot m 2 . On place des capteurs au niveau du rotor qui mesurent la tension appliquée U , l'intensité I , et la vitesse angulaire Ω . Les frottements sont modélisés par un couple de moment $-\lambda\Omega$.

On effectue quatre essais différents, dont on donne les résultats :

— premier essai : rotor bloqué, régime stationnaire.

U (V)	1,00	3,00	6,00
I (A)	0,167	0,50	1,01

— deuxième essai : rotor libre (moteur à vide), régime stationnaire.

U (V)	2,00	4,00	6,00
Ω (tours/min)	584	1169	1753

— troisième essai : on coupe l'alimentation. Ω décroît de 1700 à 850 tours/min en 6,9 s.

— quatrième essai : on applique à $t = 0$ un échelon de tension $U = 3,0$ V. On constate que Ω suit alors la loi $\Omega(t) = \Omega_\infty [1 - \exp(-t/\tau)]$ et on évalue d'après la courbe $\Omega_\infty = 860$ tours/min et $\tau = 6,0 \times 10^{-2}$ s.

En déduire la résistance d'induit R , le coefficient de frottement λ , et la constante de couplage Φ_0 .

Réponses : $R = 5,98 \Omega$; $\lambda = 1,0 \times 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$; $\Phi_0 \approx 30 \text{ mWb}$.

CP019. Treuil (**)

Un treuil est entraîné par un moteur à courant continu à excitation indépendante dont l'induit et l'inducteur sont alimentés sous une tension $U = 200$ V.

En charge, quand le treuil soulève verticalement une charge à la vitesse constante $v = 3,0$ m/s, le moteur tourne à la vitesse angulaire ω de 1000 tours par minute et son induit absorbe une puissance électrique $P_i = 16,2$ kW. La résistance de l'induit est $r = 75$ m Ω ; celle de l'inducteur est $R_s = 40$ Ω .

On appelle pertes collectives la somme de la puissance dissipée dans les matériaux ferromagnétiques et de la puissance perdue à cause des frottements mécaniques dans le moteur. Ces pertes valent $P_C = 0,90$ kW.

Le rendement du treuil est de $\rho_{tr} = 0,77$. On donne $g = 9,81$ m \cdot s $^{-2}$.

On demande de calculer :

1. l'intensité I du courant circulant dans l'induit ;
2. l'intensité I_s du courant circulant dans l'inducteur ;
3. la force contre électromotrice e' du moteur ;
4. la puissance utile P_u du moteur ;
5. le rendement ρ_m du moteur ;
6. la masse m soulevée par le treuil.

Réponses : 1 : $I = 81$ A ; 2 : $I_s = 5,0$ A ; 3 : $e' = 194$ V ; 4 : $P_u = 14,8$ kW ; 5 : $\rho_m = 86\%$; 6 : $m = 387$ kg

CP020. MCC en régime transitoire (**)

On considère un moteur à courant continu à aimants permanents dont les caractéristiques sont les suivantes : tension d'induit : $U_n = 110$ V, résistance d'induit : $R = 0,5$ Ω , inductance d'induit : $L = 75$ mH, moment d'inertie de l'ensemble mécanique en rotation : $J = 1,0$ kg \cdot m 2 , couple de pertes mécaniques : $C_p = 1,23$ N \cdot m.

1. La machine tournant à vide on mesure le courant absorbé par la machine : $I_0 = 1,8$ A.
En déduire le coefficient K vérifiant la relation $C = KI_0$, avec C le couple électromagnétique.
2. En déduire également la vitesse de rotation à vide de la machine.
3. La machine tournant à vide depuis longtemps, on accouple brutalement (au temps conventionnel $t = 0$) la charge mécanique représentant un couple résistant : $C_r = 13$ N \cdot m.

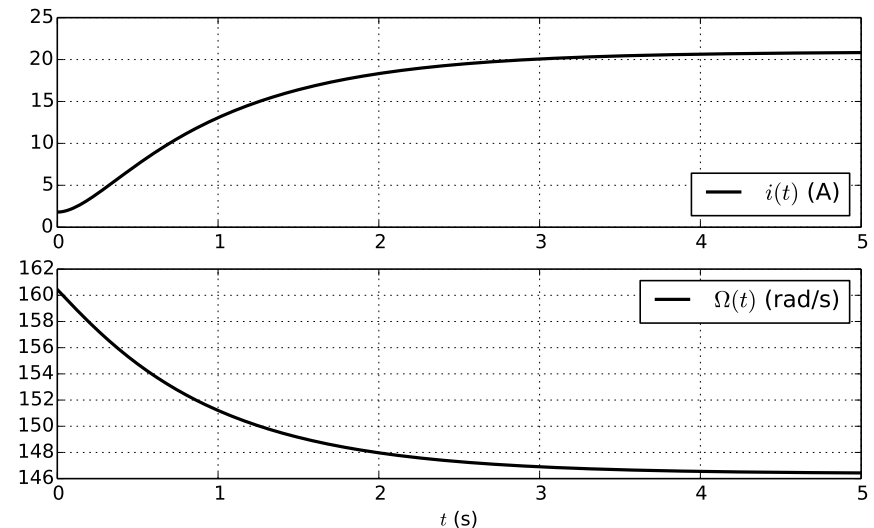
(a) Montrer que la vitesse angulaire vérifie l'équation différentielle :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = Ki - (C_p + C_r)$$

(b) Montrer que l'équation électrique s'écrit :

$$U_n = K\Omega + Ri + L \frac{di}{dt}$$

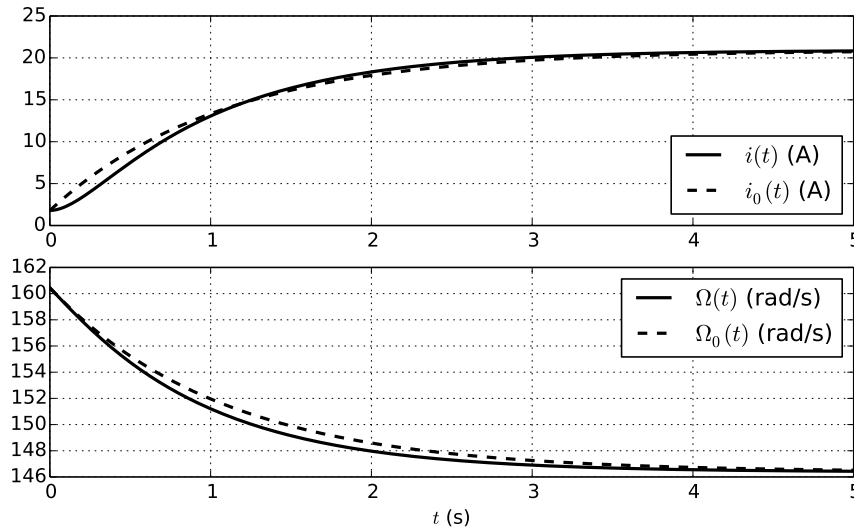
(c) Une résolution numérique conduit aux courbes suivantes donnant l'intensité et la vitesse angulaire au cours du temps :



Discuter l'allure des courbes et retrouver les valeurs initiale et finale de l'intensité et de la vitesse angulaire.

4. On reprend le jeu d'équations précédent dans lequel on néglige l'inductance L de l'induit. On note alors i_0 et Ω_0 l'intensité et la vitesse angulaire dans ce cas simplifié.

- (a) Montrer que Ω_0 a pour expression : $\Omega_0(t) = 14,06 \exp(-t/\tau) + 146,38$ avec $\tau = RJ/K^2$.
- (b) La figure ci-dessous compare les résultats de la résolution numérique (L non nulle) et de la résolution analytique avec L nulle.



Pourquoi les valeurs finales ne sont pas affectées? Expliquer les principales différences entre les courbes.

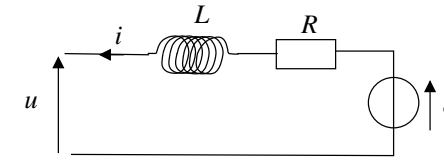
Réponses : 1 : $K = 0,68$ Wb ; 2 : $\Omega = 160$ rad.s⁻¹ ; 3 : $I(0) = I_0 = 1,8$ A, $\Omega(0) = 160$ rad · s⁻¹, $i_\infty = 20,9$ A, $\Omega_\infty = 146$ rad · s⁻¹.

Machine synchrone

CP021. Alternateur connecté à un réseau de distribution (***)

Un alternateur est une machine synchrone utilisée en générateur. Chaque phase de l'induit (enroulement associé au stator) est connecté au réseau de distribution afin de fournir une puissance électrique.

On peut modéliser le comportement électrique d'une phase par le schéma électrocinétique suivant, comportant une inductance propre L , une résistance R et une force électromotrice e induite par la rotation du rotor.



L'alternateur étant connecté à un réseau de distribution de grande dimension, la tension $u(t)$ est **fixée** et servira de référence de phase,

$$u(t) = U_{\text{eff}}\sqrt{2} \cos(\omega t)$$

L'intensité circulant dans la phase, indéterminée à ce stade, est notée :

$$i(t) = I_{\text{eff}}\sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

La force électromotrice induite peut être réglée par un courant d'excitation continue I_e circulant dans l'inducteur (circuit associé au rotor). Elle est notée :

$$e(t) = E_{\text{eff}}\sqrt{2} \cos(\omega t + \delta) \quad \text{avec} \quad E_{\text{eff}} = KI_e$$

où K est une constante et où δ s'appelle l'angle de décalage interne.

1. Exprimer la puissance moyenne P produite par une phase de l'alternateur en fonction de U_{eff} , I_{eff} et φ . À quelle condition cette puissance est-elle positive? À puissance et tension fixées, pourquoi faut-il mieux chercher à augmenter le facteur de puissance $\cos(\varphi)$?
2. Montrer que la loi des mailles dans l'induit s'exprime, en notation complexe, sous la forme :

$$\underline{E} = \underline{U} + R\underline{I} + jL\omega\underline{I}$$

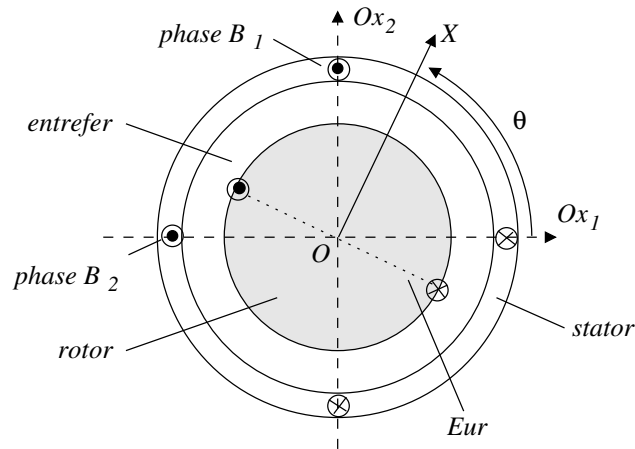
3. On néglige pour toute la suite la chute de tension aux bornes de la résistance. Sur un diagramme de Fresnel, représenter \underline{U} , \underline{I} , \underline{E} et $jL\omega\underline{I}$ dans le cas où $\varphi \in [0, \pi/2]$.
4. À l'aide du diagramme de Fresnel, montrer que : $E_{\text{eff}} \sin(\delta) = \frac{L\omega P}{U_{\text{eff}}}$.
À P fixée, déterminer les lieux possibles de \underline{E} dans le plan de Fresnel lorsque I_e change. Pour une valeur initiale de I_e conduisant à $\varphi \in [0, \pi/2]$, dans quel sens faut-il modifier l'excitation I_e pour relever le facteur de puissance?
5. À P fixée, déterminer le courant d'excitation I_e et l'angle de décalage interne pour obtenir le facteur de puissance optimal, $\cos \varphi = 1$.

Réponses : 1 : $P = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}} \cos \varphi$; 5 : $I_e = \frac{E_{\text{eff}}}{K} = \frac{1}{K} \sqrt{U_{\text{eff}}^2 + \left(\frac{L\omega P}{U_{\text{eff}}}\right)^2}$, $\tan \delta = \frac{L\omega I_{\text{eff}}}{U_{\text{eff}}} = \frac{L\omega P}{U_{\text{eff}}^2}$

CP074. Machine synchrone (**).

On étudie une machine synchrone bipolaire à stator et rotor non saturés et bobinés, à entrefer lisse de largeur constante.

Son stator porte un induit (I_t) diphasé, fait de deux phases (B_1) et (B_2) d'axes perpendiculaires, dans lesquelles circulent les courants $i_{s1}(t)$ et $i_{s2}(t)$ sinusoïdaux en quadrature.



Son rotor porte un circuit inducteur (Eur) monophasé alimenté par le courant continu I_r . Le maximum de la mutuelle d'inductance entre (Eur) et une phase de (I_t) est \hat{M} , l'inductance propre de (Eur) est L_r , celle d'une phase de (I_t) est L_s . On note Ox_1 et Ox_2 les axes magnétiques des bobines (B_1) et (B_2) et OX l'axe de la bobine (Eur).

On note $(\vec{Ox_1}, \vec{OX}) = \theta(t) = \Omega t$ l'angle entre les axes de la phase numéro 1 et l'axe de l'inducteur.

1. Exprimer les mutuelles d'inductances instantanées $M_{1r}(t)$ et $M_{2r}(t)$ de l'inducteur avec chacune des phases (B_1) et (B_2) de l'induit, en fonction de \hat{M} et de l'angle $\theta(t)$.
2. Exprimer l'énergie magnétique $\mathcal{E}_{mag}(t)$ stockée à l'instant t dans la machine, à l'aide des courants, des coefficients d'inductance et de l'angle $\theta(t)$.
3. En déduire l'expression du couple $C(t)$ reçu par l'équipage en rotation de la part du stator, en fonction de \hat{M} , I_r et des courants $i_{s1}(t)$ et $i_{s2}(t)$.
4. Les phases (B_1) et (B_2) fonctionnent selon le régime sinusoïdal de courants $i_{s1}(t)$ et $i_{s2}(t)$, régime imprimé par les tensions $v_{s1}(t)$ et $v_{s2}(t)$, définies en convention récepteur pour chaque phase :
 - $v_{s1}(t) = \hat{V}_s \cos(\Omega t)$, $i_{s1}(t) = \hat{I}_s \cos(\Omega t - \varphi)$;
 - $v_{s2}(t) = \hat{V}_s \sin(\Omega t)$, $i_{s2}(t) = \hat{I}_s \sin(\Omega t - \varphi)$.
- (a) Exprimer le couple moteur C , puis les fem $e_{s1}(t)$ et $e_{s2}(t)$ associées à l'induction mutuelle entre les phases du stator et le rotor ; on posera $\hat{C} = \hat{M}I_r\hat{I}_s$ et $\hat{E}_s = \hat{M}I_r\Omega$.
- (b) Proposer une modélisation électrique et une construction de Fresnel pour la phase (B_1) de l'induit. On néglige la résistance des enroulements.
- (c) En déduire les expressions de \hat{I}_s et φ , en fonction de \hat{V}_s et de \hat{E}_s .
5. Exprimer la puissance mécanique P_m fournie à l'équipage mobile. Exprimer la puissance moyenne P_{fem} fournie par les forces électromotrices (associées aux inductances mutuelles) apparaissant au sein des phases de l'induit.
Commentaire.
6. A.N. : $\hat{V}_s = 230\sqrt{2}$, $\Omega = 100\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $\hat{M}\Omega I_r = 150\sqrt{2}$, $L_s\Omega = 10 \Omega$.
Calculer \hat{I}_s , φ et la puissance moyenne P fournie à la machine par le réseau diphasé auquel elle est connectée.

7. La machine fonctionne-t-elle en moteur ou en alternateur ?

Réponses : 1 : $M_{1r}(t) = \hat{M} \cos(\theta(t))$, $M_{2r}(t) = \hat{M} \sin(\theta(t))$; 2 : $\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2}L_r I_r^2 + \frac{1}{2}L_s i_{s1}^2 + \frac{1}{2}L_s i_{s2}^2 + \hat{M} \cos(\theta) I_r i_{s1} + \hat{M} \sin(\theta) I_r i_{s2}$; 3 : $C(t) = \hat{M} I_r [\cos(\theta(t)) i_{s2}(t) - \sin(\theta(t)) i_{s1}(t)]$;
4(a) : $C = -\hat{C} \sin(\varphi)$, $e_{s1}(t) = \hat{E}_s \sin(\Omega t)$, $e_{s2}(t) = -\hat{M}\Omega I_r \cos(\Omega t)$; 4(c) : $L_s \Omega \hat{I}_s = \sqrt{\hat{E}_s^2 + \hat{V}_s^2}$,
 $\varphi = \frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{\hat{E}_s}{\hat{V}_s}\right)$; 5 : $P_m = -\hat{M} I_r \hat{I}_s \Omega \sin(\varphi)$, $P_{fem} = \hat{M} I_r \Omega \hat{I}_s \sin(\varphi)$; 6 : $\hat{I}_s = 38,8 \text{ A}$,
 $\varphi = 123^\circ$, $P = -6,9 \text{ kW}$; 7 : alternateur

CP079. Traction d'un véhicule électrique (***)

On s'intéresse à une machine synchrone fonctionnant en moteur et utilisée pour la traction d'un véhicule électrique.

Le circuit rotorique est parcouru par le courant d'excitation continu I_e maintenu constant. Les deux enroulements spatialement orthogonaux du circuit statorique sont parcourus par des courants sinusoïdaux de pulsation ω et déphasés de $\pi/2$.

1. En régime de fonctionnement permanent, quelle est la relation entre la vitesse angulaire Ω du rotor et ω ?
2. Le véhicule électrique est une navette de masse voisine de 800 kg, qui doit être capable de monter une pente de 10% à la vitesse constante de 50 km · h⁻¹. En supposant que les pertes mécaniques sont de l'ordre de 3 kW, estimer la puissance que doit développer le moteur afin de maintenir la vitesse du véhicule constante.
3. Étude électrique :
On désigne par L , l'inductance d'une phase et on néglige la résistance des enroulements. En régime permanent de rotation, on note \underline{U} , la représentation complexe de la tension d'alimentation de la phase, \underline{I} celle de l'intensité et \underline{E}' , celle de la force contre électromotrice. Il s'agit à chaque fois des grandeurs efficaces.
 - (a) Rappeler le schéma électrique d'une phase en fonctionnement moteur.
 - (b) En régime permanent de rotation à la vitesse Ω , on appelle ψ , l'angle de déphasage de \underline{E}' par rapport à \underline{I} , appelé angle d'auto-pilotage.
On donne $E' = \Phi\omega$ avec $\Phi = 1,9 \times 10^{-1} \text{ Wb}$ et $L = 1,6 \text{ mH}$.
On considère un régime nominal de fonctionnement pour lequel la vitesse de rotation vaut $6,0 \times 10^3 \text{ tr/min}$. Lors de ce régime, $\psi = -\frac{\pi}{3}$ et le moteur doit développer une puissance mécanique nominale $P_N = \Gamma_N \Omega_N = 15 \text{ kW}$, avec Γ_N le couple électromagnétique nominal.
Déterminer la puissance électromagnétique et en déduire la valeur efficace du courant dans chacune des phases.
 - (c) À l'aide du diagramme de Fresnel, déterminer la valeur efficace de la tension d'alimentation.
 - (d) À $6,0 \times 10^3 \text{ tr/min}$, le couple utile délivré à la charge mécanique vaut $\Gamma_{ut} = 23 \text{ N} \cdot \text{m}$.
Calculer le rendement du moteur.

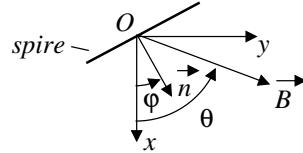
Réponses : 1 : $\Omega = \omega$; 2 : $P_m = 13,9 \text{ kW}$; 3(b) : $I = \frac{P_{em}}{2E' \cos \psi} = 126 \text{ A}$;
3(c) : $U = \sqrt{(E' \cos \psi)^2 + (L\omega I - E' |\sin \psi|)^2} = 64 \text{ V}$; 3(d) : $\rho = 96\%$.

Machine asynchrone

CP004. Moteur asynchrone (***)

On dispose d'un champ magnétique qui tourne à la pulsation ω_0 dans le plan xOy .

On considère une spire d'aire S , de résistance R , d'inductance propre L et de vecteur normal \vec{n} (Cf. figure). Cette spire tourne à la pulsation ω autour de Oz de telle sorte que son vecteur normal reste dans le plan xOy .



On pose $\varphi(t) = \omega t$, $\theta(t) = \omega_0 t + \theta_0$, et $\omega_r = \omega_0 - \omega$.

On suppose de plus $\omega > 0$.

1. Le champ magnétique est supposé homogène dans la spire. Calculer le flux du champ magnétique à travers la spire.

En déduire l'expression de la f.e.m. dans la spire. On posera $\Phi_0 = B \times S$.

2. En considérant l'équation électrique de la spire, montrer, en passant par les grandeurs complexes, que l'intensité i peut se mettre sous la forme :

$$i(t) = i_0 \sin(\omega_r t + \theta_0 - \psi)$$

avec i_0 et ψ à exprimer en fonction des données du problème.

3. Déterminer le moment $\vec{\Gamma} = \Gamma \vec{u}_z$ des forces de Laplace exercé sur le cadre.

Indication : utiliser la formule $\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}$.

En déduire la valeur moyenne de Γ , notée Γ_m .

Montrer que ce couple peut se mettre sous la forme :

$$\vec{\Gamma}_m = \frac{\Phi_0^2 R (\omega_0 - \omega)}{2 [R^2 + L^2 (\omega_0 - \omega)^2]} \vec{u}_z$$

4. Pour toute la suite, on suppose que $0 \leq \omega \leq \omega_0$ et que $L\omega_0/R > 1$.

Montrer que le dispositif est moteur et tracer l'allure de Γ_m en fonction de ω toutes les autres grandeurs étant fixées.

On posera $\Gamma_0 = \Phi_0^2 / (2L)$.

Pour l'étude de la fonction, on pourra remarquer que :

$$\Gamma_m = \frac{\Gamma_0}{\frac{R}{L(\omega_0 - \omega)} + \frac{L(\omega_0 - \omega)}{R}}$$

5. La machine est soumise à un couple résistif $\vec{\Gamma} = -\Gamma_r \vec{u}_z$, supposé constant.

(a) Montrer que si Γ_r est inférieure à une certaine valeur limite, il existe en général deux points de fonctionnement.

(b) Étudier la stabilité de ces deux points de fonctionnement.

Réponses : 1 : $\Phi(t) = \Phi_0 \cos(\omega_r t + \theta_0)$; 2 : $i_0 = \frac{\Phi_0 \omega_r}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega_r^2}}$; $\tan(\psi) = \frac{L \omega_r}{R}$;

3 : $\vec{\Gamma}_m = \frac{i_0 \Phi_0}{2} \cos(\psi) \vec{u}_z$