

## TD08 : magnétostatique (correction)

### EM042. Cartes de champ magnétique (\*)

Le champ magnétique est à flux conservatif  $\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ . En conséquence, autour d'un point, les lignes de champ ne peuvent pas toutes sortir ou toutes entrer, le flux serait alors non nul.

Les cartes  $b$  et  $d$  ne représentent donc pas des lignes de champ magnétique.

### EM043. Champ magnétique créé par une nappe de courant (\*\*)

- Soit  $M$  un point de l'espace. Tout plan  $(M, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$  est un plan de symétrie de la distribution des courants. La champ magnétique est donc perpendiculaire à ce plan et donc selon  $\vec{u}_x$ .

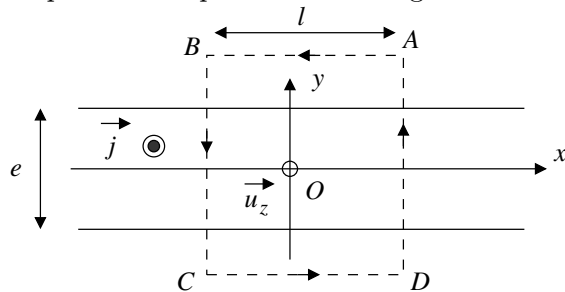
La distribution est invariante par toute translation selon  $(Ox)$  et  $(Oz)$ , on en déduit :

$$\boxed{\vec{B} = B_x(y)\vec{u}_x}$$

De plus, le plan  $(xOz)$  est un plan de symétrie de la distribution des courants, c'est donc un plan d'antisymétrie pour le champ, ce qui impose :

$$B_x(y) = -B_x(-y)$$

- On considère comme contour d'Ampère  $\mathcal{C}$  le rectangle  $ABCD$  symétrique par rapport au plan  $xOz$  représenté sur la figure ci-dessous :



Notons tout d'abord que le contour est orienté conforme par rapport au vecteur courant.

Calculons alors la circulation du champ magnétique le long du contour :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \underbrace{\int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \underbrace{\int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell}}_{=0}$$

Sur  $BC$  et  $DA$ , le champ magnétique est perpendiculaire au vecteur élémentaire dirigeant le contour, la circulation est donc nulle.

$$\star \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_{x_A}^{x_B} B_x(y)\vec{u}_x \cdot (dx\vec{u}_x) = B_x(y) \int_{x_A}^{x_B} dx = (x_B - x_A) B_x(y)$$

$$\Rightarrow \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -\ell B_x(y)$$

$$\star \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B_x(-y) \int_{x_C}^{x_D} dx = \ell B_x(-y) = -\ell B_x(y)$$

$$\text{En conclusion : } \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = -2\ell B_x(y).$$

Il faut maintenant déterminer le courant enlacé :

$\star$  pour  $y > e/2$ ,  $I = j \times \ell \times e$ , en conclusion :

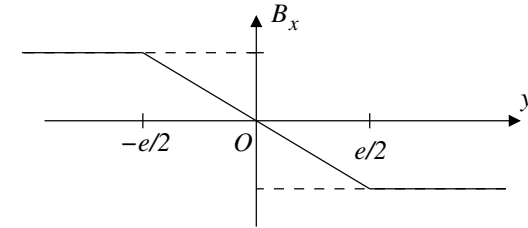
$$-2\ell B_x(y) = \mu_0 j \ell e \Rightarrow \boxed{\vec{B} = -\mu_0 \frac{j e}{2} \vec{u}_x}$$

$\star$  pour  $0 < y < e/2$ ,  $I = j \times \ell \times 2y$ , en conclusion :

$$-2\ell B_x(y) = \mu_0 j \ell \times 2y \Rightarrow \boxed{\vec{B} = -\mu_0 j y \vec{u}_x}$$

Avec de plus  $B_x(y) = -B_x(-y)$ .

- De la question précédente, on déduit l'allure du champ magnétique :



- $\forall y > 0 \vec{B}(y) = -\frac{\mu_0 j_s}{2} \vec{u}_x$  et  $\forall y < 0 \vec{B}(y) = \frac{\mu_0 j_s}{2} \vec{u}_x$ , on en déduit :  

$$\vec{B}(y = 0^+) - \vec{B}(y = 0^-) = -\mu_0 j_s \vec{u}_x = -\mu_0 j_s \vec{u}_y \wedge \vec{u}_z = \underline{\mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{u}_y}$$

### EM044. Champ magnétique créé par un câble coaxial (\*\*)

- Tout plan méridien  $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$  est plan de symétrie de la distribution des courants; en tout point d'un tel plan, le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan :

$$\vec{B} = B_\theta(r, \theta, z)\vec{u}_\theta$$

La distribution de courants est invariante par toute rotation autour de  $Oz$  et toute translation le long de  $Oz$ , la composante du champ magnétique ne peut dépendre que de  $r$ ; en conclusion :

$$\boxed{\vec{B} = B_\theta(r)\vec{u}_\theta}$$

2. On applique le théorème d'Ampère en considérant comme contour  $\mathcal{C}$  un cercle de rayon  $r$  centré sur l'axe  $Oz$  :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B_{\theta}(r) \vec{u}_{\theta} \cdot d\vec{\ell} \vec{u}_{\theta} = B_{\theta}(r) \times 2\pi r$$

Il faut maintenant tenir compte des courants enlacés selon la valeur de  $r$  :

- \*  $r < R_1$ ,  $B_{\theta}(r) \times 2\pi r = 0$ , donc  $B_{\theta} = 0$ ,
- \*  $R_1 < r < R_2$ ,  $B_{\theta}(r) \times 2\pi r = \mu_0 I$ , donc  $B_{\theta} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ,
- \*  $r > R_2$ ,  $B_{\theta}(r) \times 2\pi r = \mu_0(I - I) = 0$ , donc  $B_{\theta} = 0$ .

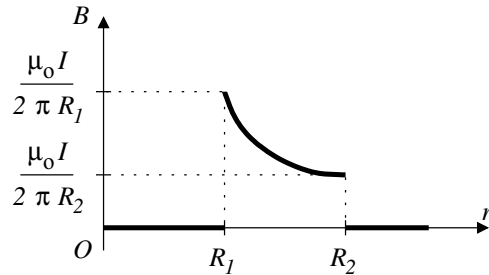
En conclusion :

$$r < R_1, \quad \vec{B} = \vec{0}$$

$$R_1 < r < R_2, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_{\theta}$$

$$r > R_2, \quad \vec{B} = \vec{0}$$

3. Tracé :



On remarque la discontinuité du champ magnétique en présence de courants surfaciques.

### EM067. Cavité cylindrique (\*\*)

1. La distribution peut être vue comme la superposition d'un cylindre parcouru en volume par une densité volumique de courant  $\vec{j}$  et d'une cavité cylindrique parcourue par un courant  $-\vec{j}$ .
2. On considère pour l'instant un cylindre d'axe ( $Oz$ ) parcouru par un courant volumique  $\vec{j} = j\vec{u}_z$  uniforme.

Le plan  $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$  est un plan de symétrie de la distribution des courants, le champ magnétique en  $M$  est donc perpendiculaire à ce plan :  $\vec{B} = B_{\theta}(r, \theta, z) \vec{u}_{\theta}$ .

La distribution de courant est invariante par rotation d'angle  $\theta$  et translation selon ( $Oz$ ), la composante du champ magnétique ne dépend pas de ces variables :  $\vec{B} = B_{\theta}(r) \vec{u}_{\theta}$ .

On applique alors le théorème d'Ampère pour un contour circulaire de rayon  $r < R$  centré sur l'axe ( $Oz$ ) :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{enl.} \Rightarrow B_{\theta}(r) \times 2\pi r = \mu_0 \times j \times \pi r^2$$

On en déduit :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 j r}{2} \vec{u}_{\theta} \Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \wedge \overrightarrow{OM}$$

Il reste maintenant à appliquer ce résultat à chacune des deux distributions :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \wedge \overrightarrow{OM} + \frac{\mu_0}{2} \times (-\vec{j}) \wedge \overrightarrow{O'M'} \Rightarrow \boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{2} \vec{j} \wedge \overrightarrow{OO'}}$$

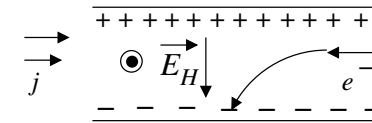
### EM045. Effet Hall, géométrie cartésienne (\*\*)

1. Par définition du vecteur courant électrique supposé uniforme dans le conducteur :

$$\vec{j} = \frac{I}{\delta \times b} \vec{u}_x$$

2. Un électron ressent la force de Lorentz :  $\vec{f} = -e\vec{v} \wedge \vec{B}$ .

Dans la situation proposée, cela entraîne une déviation des électrons sur la plaque 1 qui se charge négativement, la plaque 2 se chargeant alors positivement.



3. Le champ électrique  $\vec{E}_H$  qui apparaît s'oppose à la force magnétique. Les électrons s'accumulent jusqu'à l'apparition d'un équilibre qui rétablit un déplacement des électrons selon l'axe  $Ox$  conformément à la direction indiquée pour le vecteur courant :

$$-e\vec{E}_H - e\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = \frac{-ne\vec{v}}{ne} \wedge \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_H = \frac{1}{ne} \vec{j} \wedge \vec{B}}$$

4. La tension  $u_H$  se calcule en considérant la circulation du champ électrique entre les deux plaques :

$$\int_1^2 \vec{E}_H \cdot d\vec{\ell} = \int_1^2 -\frac{IB}{ne\delta \times b} dy = -\frac{IB}{ne\delta} = V_1 - V_2 = -u_H$$

$$\text{On en déduit : } u_H = \frac{IB}{ne\delta}$$

5.  $u_H = 5,2 \mu\text{V}$ . La tension de Hall est difficile à mesurer pour un conducteur électrique classique.
6. On constate que **la tension est inversement proportionnelle à la densité électronique**. Pour un même champ  $B$ , la tension mesurée sera beaucoup plus importante dans un semi-conducteur.

### EM046. Supraconductivité, effet Meissner (\*\*)

1. En régime stationnaire, l'équation de Maxwell-Ampère s'écrit :  $\vec{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\vec{j}$ .  
En prenant le rotationnel de cette équation, on obtient :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{\text{rot}}\vec{B}) = \mu_0\vec{\text{rot}}\vec{j} \Rightarrow \underbrace{\vec{\text{grad}}(\text{div}\vec{B})}_{=0} - \Delta\vec{B} = -\frac{\mu_0 n q^2}{m}\vec{B}$$

On en déduit :  $\Delta\vec{B} - \frac{1}{\lambda^2}\vec{B} = \vec{0}$  avec  $\lambda^2 = \frac{m}{\mu_0 n q^2}$ .

Application numérique :

$$\lambda = \sqrt{\frac{9,1 \times 10^{-31}}{4\pi \times 10^{-7} \times 2,5 \times 10^{28} \times (1,6 \times 10^{-19})^2}} \Rightarrow \lambda = 34 \text{ nm}$$

2.  $\forall y \in ]-L, L[$ , l'équation donnant le champ magnétique se simplifie selon :

$$\frac{d^2 B}{dy^2} - \frac{1}{\lambda^2} B = 0$$

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$B(y) = Ae^{y/\lambda} + Ce^{-y/\lambda}$$

La continuité du champ magnétique à la surface du matériau impose :

$$B(y=L) = B_0 = Ae^{L/\lambda} + Ce^{-L/\lambda} \quad \text{et} \quad B(y=-L) = B_0 = Ae^{-L/\lambda} + Ce^{L/\lambda}$$

En considérant la somme et la différence de ces deux équations, on obtient le système équivalent :

$$2B_0 = 2(A+C) \times \text{ch}\left(\frac{L}{\lambda}\right) \quad \text{et} \quad 0 = 2(A-C) \times \text{sh}\left(\frac{L}{\lambda}\right)$$

Ce qui impose  $A = C = \frac{B_0}{2\text{ch}(L/\lambda)}$  et finalement :

$$\vec{B} = \frac{B_0 \times \text{ch}(y/\lambda)}{\text{ch}(L/\lambda)} \vec{u}_z$$

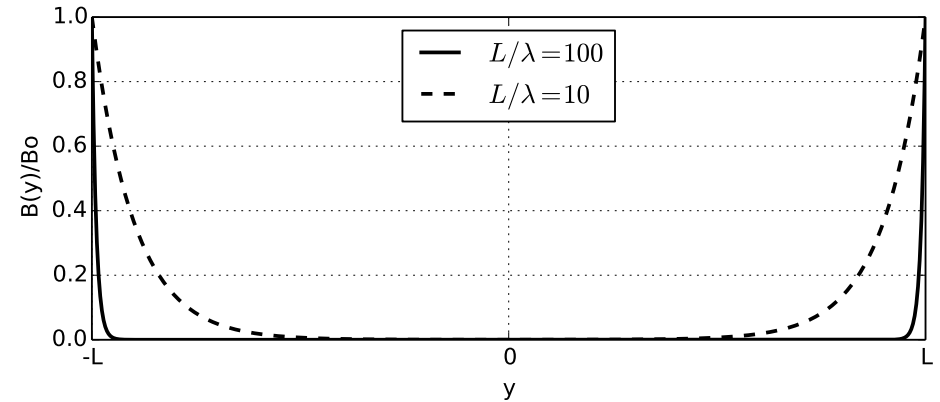
Le champ magnétique dans le matériau s'atténue sur une épaisseur de l'ordre de  $\lambda$  (Cf. figure ci-après, le rapport  $L/\lambda$  a été fortement sous-estimé afin de rendre la courbe plus visible).

En pratique  $L \gg \lambda$  et le champ magnétique ne pénètre pas dans le matériau.

3. Connaissant le champ magnétique dans le matériau, on détermine le vecteur courant à l'aide de l'équation de Maxwell-Ampère :

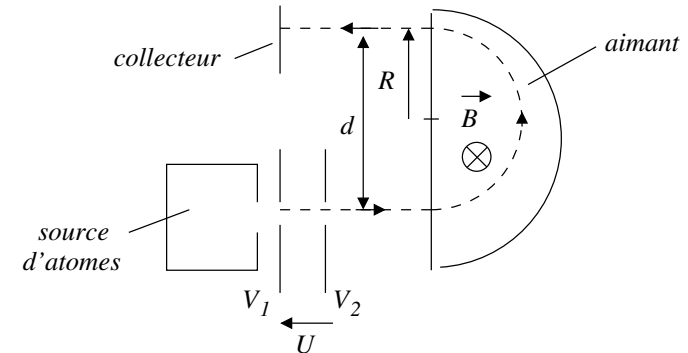
$$\vec{j} = \frac{1}{\mu_0} \vec{\text{rot}}\vec{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dy} \vec{u}_x \Rightarrow \vec{j} = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda} \frac{\text{sh}(y/\lambda)}{\text{ch}(L/\lambda)} \vec{u}_x$$

Les courants se localisent également au voisinage immédiat de la surface.



### EM088. Spectromètre de masse (\*\*)

1. L'ion, de vitesse initiale quasi-nulle, est tout d'abord accéléré au sein du condensateur soumis à une tension  $U$ , la trajectoire est ensuite courbée par le champ magnétique dont le sens doit permettre la rotation en direction du détecteur :



Entre les plaques accélératrices, on peut supposer que la particule n'est soumise qu'à la force électrique qui est une force conservative. On peut donc appliquer la conservation de l'énergie mécanique de la particule entre les plaques :

$$0 + eV_1 = \frac{1}{2}mv^2 + eV_2 \Rightarrow v^2 = \frac{2e(V_1 - V_2)}{m} = \frac{2eU}{m}$$

Au sein de l'aimant, la norme de la vitesse est préservée et la particule effectue un demi-tour de rayon  $R$  tel que  $mv = eBR$  (formule obtenue en appliquant la relation fondamentale de la dynamique et en admettant le caractère circulaire de la trajectoire), on en déduit :

$$d = 2R = \frac{2mv}{eB} = \frac{2m}{eB} \times \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \frac{2\sqrt{2}}{B} \sqrt{\frac{mU}{e}}$$

Le champ magnétique doit être suffisamment intense pour courber la trajectoire et réduire le diamètre  $d$  à une distance de l'ordre du mètre. On réalise l'application numérique pour le carbone 12 dont la masse est environ 12 fois celle d'un nucléon :

$$B = \frac{2\sqrt{2}}{d} \sqrt{\frac{mU}{e}} = \frac{2\sqrt{2}}{1} \times \sqrt{\frac{12 \times 1,67 \times 10^{-27} \times 10^3}{1,6 \times 10^{-19}}} \Rightarrow \boxed{B \approx 0,03 \text{ T}}$$

La valeur du champ magnétique est tout à fait possible à atteindre.

2. Avec la valeur de  $B$  précédemment trouvée, on détermine la différence des deux diamètres :

$$d_{14} - d_{12} = \frac{2\sqrt{2}}{B} \sqrt{\frac{U}{e}} (\sqrt{m_{14}} - \sqrt{m_{12}}) = \frac{2\sqrt{2}}{0,03} \sqrt{\frac{1,67 \times 10^{-27} \times 10^3}{1,6 \times 10^{-19}}} \times (\sqrt{14} - \sqrt{12})$$

C'est à dire un écart de l'ordre de  $\boxed{d_{14} - d_{12} \approx 8 \text{ cm}}$ . Il est donc bien possible de séparer les deux isotopes.

3. La particule parcourt le demi-périmètre  $\pi R$  à la vitesse  $v = \frac{eBR}{m}$  en une durée :

$$t_1 = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{eB} = \frac{\pi \times 12 \times 1,67 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 0,03} \Rightarrow t_1 = 1,3 \times 10^{-5} \text{ s}$$

En une telle durée, une particule sans vitesse verticale initiale et soumise à l'accélération de pesanteur subit une déviation verticale :

$$|\Delta z| = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{9,81 \times (1,3 \times 10^{-5})^2}{2} \Rightarrow |\Delta z| \approx 9 \times 10^{-10} \text{ m}$$

On constate que cette déviation verticale est totalement négligeable vis à vis des autres longueurs du problème et ne pourrait être mise en évidence avec des méthodes classiques. L'influence de la pesanteur vis à vis des autres forces est bien totalement négligeable.

### EM100 - Mouvement d'une particule chargée

Pour la suite on suppose  $q > 0$ . De plus, on pose  $\omega_c = qB/m$  la pulsation cyclotron et  $v_0 = E/B$  une vitesse.

La particule est soumise à une force électrique  $q\vec{E}$  selon  $\vec{u}_z$  et une force magnétique  $q\vec{v} \wedge \vec{B}$  perpendiculaire au champ magnétique et donc à  $\vec{u}_x$ . L'accélération étant nulle selon la direction ( $Ox$ ) et la composante selon  $\vec{u}_x$  de la vitesse étant initialement nulle, cette composante reste nulle pour la suite, on aura donc  $\vec{v} = v_y\vec{u}_y + v_z\vec{u}_z$ .

On applique la relation fondamentale de la dynamique à la particule dans le référentiel d'étude supposé galiléen :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = qE\vec{u}_z + q(v_y\vec{u}_y + v_z\vec{u}_z) \wedge B\vec{u}_x = qE\vec{u}_z - qv_yB\vec{u}_z + qv_zB\vec{u}_y$$

Ce qui donne en projection :

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{qv_zB}{m} = \omega_c v_z \quad (1) \quad \text{et} \quad \frac{dv_z}{dt} = \frac{qE}{m} - \frac{qv_yB}{m} = -\omega_c v_y + \omega_c v_0 \quad (2)$$

Afin de découpler les deux équations, on dérive la seconde ce qui permet de reporter la première pour en déduire :

$$\frac{d^2v_z}{dt^2} + \omega_c^2 v_z = 0$$

La solution de cette équation est de la forme  $v_z(t) = A \cos(\omega_c t) + B \sin(\omega_c t)$  avec pour conditions initiales  $v_z(0) = 0$  (vitesse initiale nulle) et  $v'_z(0) = \omega_c v_0$  (équation (2) appliquée en  $t = 0^+$ ). On en déduit :

$$v_z(t) = v_0 \sin(\omega_c t) \Rightarrow z(t) = \frac{-v_0}{\omega_c} \cos(\omega_c t) + C$$

Avec la condition initiale  $z(0) = 0$ , on obtient :  $\boxed{z(t) = \frac{v_0}{\omega_c} [1 - \cos(\omega_c t)]}$ .

On reporte alors l'expression de  $v_z(t)$  dans l'équation (1) :

$$\frac{dv_y}{dt} = \omega_c v_0 \sin(\omega_c t) \Rightarrow v_y(t) = -v_0 \cos(\omega_c t) + D$$

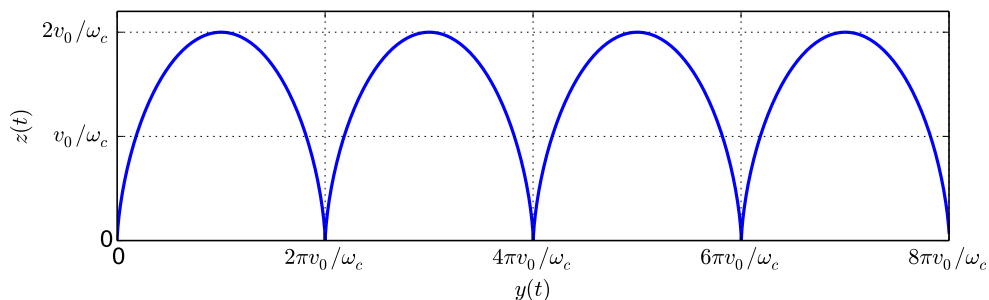
Compte tenu de la condition initiale de vitesse nulle :  $v_y(t) = v_0 \times [1 - \cos(\omega_c t)]$ .

il reste à intégrer une dernière fois avec  $y(0) = 0$ , pour obtenir :

$$\boxed{y(t) = v_0 t - \frac{v_0}{\omega_c} \sin(\omega_c t)}$$

La trajectoire obtenue est une **cycloïde** (mouvement d'un point de la périphérie d'une roue de vélo observé depuis le sol).

La position verticale oscille entre 0 et  $2v_0/\omega_c$ , l'annulation ayant lieu tous les  $\omega_c t_p = 2p\pi$ , c'est à dire  $t_p = p \times 2\pi/\omega_c$ . Entre deux annulations, la particule parcourt une distance  $v_0 \times 2\pi/\omega_c$  selon la direction ( $Oy$ ).



### EM068. Nappe surfacique (\*\*)

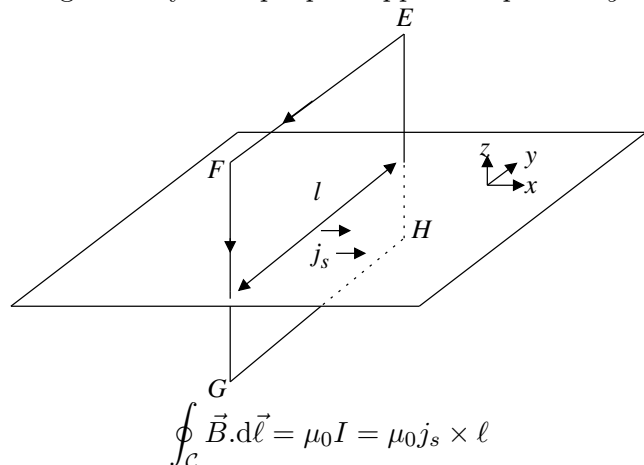
1. Pour le modèle volumique,  $I = j \times ab = (j \times a) \times b$ , on en déduit  $I = j_s \times b$ .
2. Pour tout point  $M$  de l'espace, le plan  $(M, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$  est un plan de symétrie de la distribution des courants, donc  $\vec{B}(M) = B_y(x, y, z)\vec{u}_y$ .  
La distribution étant invariante par toute translation selon  $Ox$  et  $Oy$ , la composante du champ magnétique ne dépend pas de  $x$  et de  $y$  :

$$\vec{B}(M) = B_y(z)\vec{u}_y.$$

Enfin le plan  $(xOy)$  est un plan de symétrie de la distribution des courants, le champ magnétique est donc antisymétrique par rapport à ce plan :

$$B_y(-z) = -B_y(z).$$

On applique alors le théorème d'Ampère pour le contour  $C = EFGH$  représenté sur la figure et symétrique par rapport au plan  $xOy$  :



$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I = \mu_0 j_s \times \ell$$

Le champ magnétique étant perpendiculaire au vecteur  $d\vec{\ell}$  sur les portions

$FG$  et  $HE$  :

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_E^F B_y(z)\vec{u}_y \cdot (-d\ell)\vec{u}_y + \int_G^H B_y(-z)\vec{u}_y \cdot (d\ell)\vec{u}_y = -B_y(z)\ell + B_y(-z)\ell$$

Avec  $B_y(z) = -B_y(-z)$ , on en déduit finalement :

$$2B_y(z) = -\mu_0 j_s \Rightarrow \boxed{\forall z > 0 \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{2} \vec{j}_s \wedge \vec{u}_z}$$

$$\text{Et du fait de l'antisymétrie : } \boxed{\forall z < 0 \quad \vec{B} = -\frac{\mu_0}{2} \vec{j}_s \wedge \vec{u}_z}$$

On constate que le champ magnétique est discontinue à la traversée du plan dans le cas d'une modélisation surfacique.

### EM048. Effet Hall en géométrie cylindrique (\*\*\*)

#### Résistance d'un conducteur cylindrique

1. De part la géométrie du dispositif,  $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$ .

Dans l'espace du matériau métallique, la charge volumique est nulle, le vecteur champ électrique est donc à flux conservatif ( $\text{div} \vec{E} = 0$ ).

Le flux traversant un cylindre de rayon  $r$  doit sortir à travers le cylindre de rayon de rayon  $r + dr$ , ce qui impose :

$$E(r) \times r = A \quad \text{avec } A \text{ une constante}$$

Compte tenu de la relation  $\vec{E} = -\text{grad} V$ , on obtient :

$$\frac{dV}{dr} = -\frac{A}{r} \Rightarrow V(r) = -A \ln(r) + B$$

Les conditions aux limites imposent :

$$V_1 = -A \ln(R_1) + B \quad \text{et} \quad V_2 = -A \ln(R_2) + B$$

$$\text{Ce qui impose : } A = \frac{V_1 - V_2}{\ln(R_2/R_1)} \quad \text{et finalement : } \boxed{\vec{E} = \frac{V_1 - V_2}{r} \frac{1}{\ln(R_2/R_1)} \vec{u}_r}$$

2. La loi d'Ohm locale impose :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \Rightarrow \vec{j} = \frac{V_1 - V_2}{r} \frac{\gamma}{\ln(R_2/R_1)} \vec{u}_r$$

L'intensité  $I$  s'obtient en exprimant le flux du vecteur courant à travers un cylindre de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  :

$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint j(r) dS = j(r) \iint dS = j(r) \times 2\pi r \times h$$

C'est à dire :

$$\boxed{I = \frac{2\pi h \times \gamma(V_1 - V_2)}{\ln(R_2/R_1)}}$$

3. La résistance est le rapport de la tension aux bornes du dispositif par l'intensité du courant traversant ce même dispositif :

$$R_0 = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi h\gamma}$$

### Résistance en présence d'un champ magnétique

1. Le dispositif impose un potentiel  $V_1$  sur le cylindre intérieur et  $V_2$  sur le cylindre extérieur. Le potentiel électrostatique conserve sa symétrie cylindrique, donc :

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr}\vec{u}_r$$

Le champ électrique est toujours radial.

2. Posons  $\vec{j} = j_r\vec{u}_r + j_\theta\vec{u}_\theta$ , le produit vectoriel avec  $\vec{B}$  conduit à :

$$\vec{j} \wedge \vec{B} = (j_r\vec{u}_r + j_\theta\vec{u}_\theta) \wedge B\vec{u}_z = -j_r B\vec{u}_\theta + j_\theta B\vec{u}_r$$

La loi d'Ohm locale projetée donne :

$$E_r = \frac{1}{\gamma}j_r - R_H j_\theta B \quad \text{et} \quad 0 = E_\theta = \frac{1}{\gamma}j_\theta + R_H j_r B$$

3. De la seconde équation, on tire  $j_\theta = -\gamma R_H j_r B$  que l'on reporte dans la première équation pour obtenir :

$$j_r = \frac{\gamma}{1 + R_H^2 B^2 \gamma^2} E_r$$

4. L'intensité électrique associée au flux du vecteur courant à travers un cylindre de rayon  $r$  centré sur l'origine est associée à la composante radiale du vecteur courant.

Par rapport à la loi d'Ohm locale habituelle, on constate la modification de la conductivité électrique en présence d'un champ magnétique :

$$\gamma \rightarrow \gamma_B = \frac{\gamma}{1 + R_H^2 B^2 \gamma^2}$$

En conséquence,  $R_B = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi h\gamma_B}$ ,  $R_B = R_0 \times (1 + R_H^2 \gamma^2 B^2)$

5.  $R_B = R_0(1 + R_H^2 B^2 \gamma^2)$  donc  $\frac{R_B - R_0}{R_0} = R_H^2 B^2 \gamma^2$ .

Sachant que  $n = \frac{\mu N_a}{M}$ , l'application numérique conduit à :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{(0,0635)^2 \times (6 \times 10^7)^2 \times 1^2}{(9 \times 10^3)^2 \times (6,02 \times 10^{23})^2 \times (1,6 \times 10^{-19})^2} \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} \approx 2 \times 10^{-5}$$

Pour l'indium en tenant compte des corrections par rapport au cuivre :

$$\frac{\Delta R}{R} = 1,9 \times 10^{-5} \times \frac{10^{20}}{(6 \times 10^7)^2} \Rightarrow \frac{\Delta R}{R} \approx 0,5$$

Si l'effet du champ magnétique est difficilement observable pour le cuivre, il est en revanche tout à fait significatif pour l'indium. La mesure de la résistance électrique d'un anneau d'indium peut donc être utilisée pour détecter des champs magnétiques.