Lycée Naval, Spé 2.

TD03 : Électronique numérique, modulation

Restitution du cours

Elec052. Conditions de Shannon (*).

On souhaite réaliser l'échantillonnage d'un signal $s(t)$. Les paramètres de l'échantillonnage sont : N nombre de points, f_e fréquence d'échantillonnage.

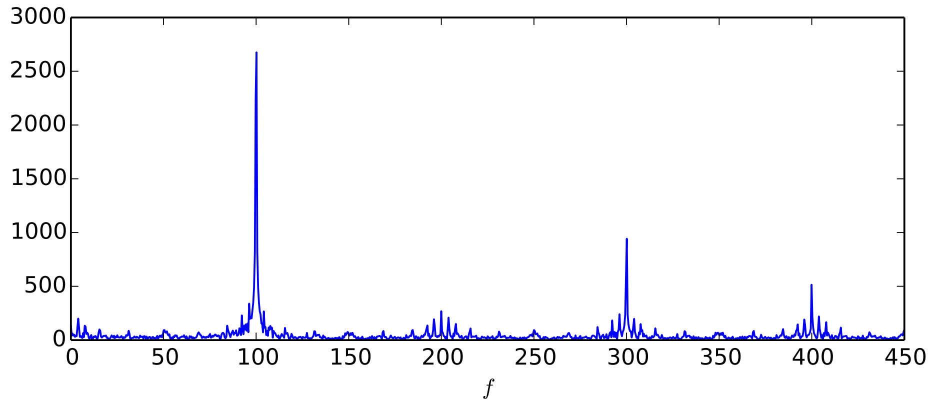
1. Que vaut la période d'échantillonnage et l'intervalle minimal entre deux raies pour $N = 1000$ et $f_e = 20$ kHz ?
   Comment s'applique le théorème de Shannon dans ces conditions ?
   Comment diminuer l'intervalle minimal entre deux raies ? Comment échantillonner un signal de fréquence plus élevée ?
2. Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage pour visualiser le spectre d'un signal comprenant deux composantes sinusoïdales de fréquence 4000 et 4020 Hz sachant que le nombre de points d'échantillonnage est fixé à 4096.

Réponses : 1 : $T_e = 50\ \mu$s, intervalle minimal en fréquence 10 Hz ; 2 : $f_e = 20$ kHz, $N = 4096$

Elec053. Signal créneau et critère de Shannon (**).

On rappelle que la décomposition en série de Fourier d'un signal créneau ne contient que les harmoniques impairs du fondamental.

On observe à l'aide d'un oscilloscope numérique le spectre de Fourier d'un signal créneau avec une fréquence d'échantillonnage $f_e = 900$ Hz.



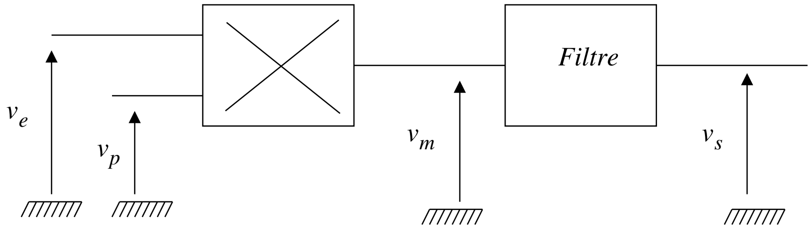
Interpréter.

Elec060. Démodulation d'amplitude (**).

On considère un signal v_e modulé, de la forme :

$$v_e(t) = V_o\left(1 + m\cos\left(\omega_m t\right)\right)\cos\left(\omega_p t\right)$$

1. Représenter l'allure de ce signal.
   On pourra choisir $m = 0,5$, et $\omega_p = 10\ \omega_m$.
2. Afin de récupérer l'information du signal modulant, on réalise une démodulation synchrone comme indiqué sur le schéma ci-dessous.



avec $v_p = V_p\cos\left(\omega_p t\right)$, la porteuse.

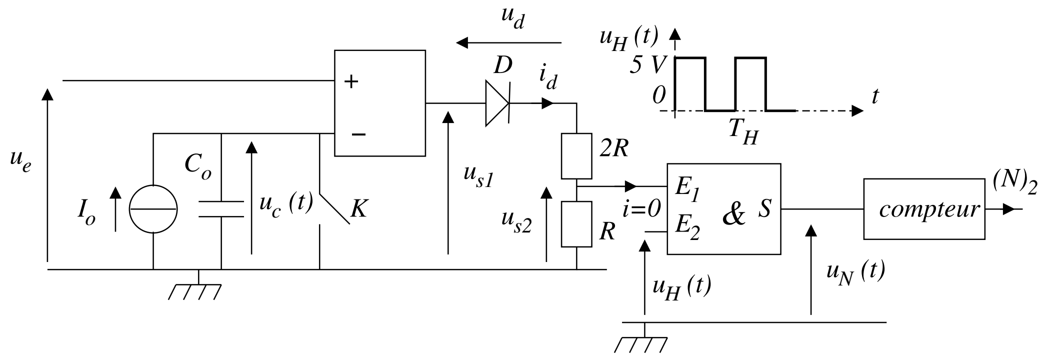
(a) Représenter le spectre du signal en sortie du multiplieur.

(b) Proposer un filtre permettant de récupérer l'information contenue dans le signal modulant.

Réponses : 2b : filtre passe-bas RC avec pulsation de coupure ω_c telle que $\omega_m \ll \omega_c \ll 2\omega_p$

Conversion analogique-numérique et numérique-analogique

Elec061. Convertisseur analogique numérique simple rampe (***)



Un convertisseur analogique numérique (CAN) permet la conversion d'une tension analogique en un nombre qui pourra être traité par un calculateur.

On présente ici l'exemple du convertisseur simple rampe. Ce type de système peut être utilisé pour un multimètre numérique, son principal inconvénient est sa lenteur (durée de la conversion). Il n'est donc pas adapté pour un oscilloscope numérique susceptible de traiter des signaux de haute fréquence.

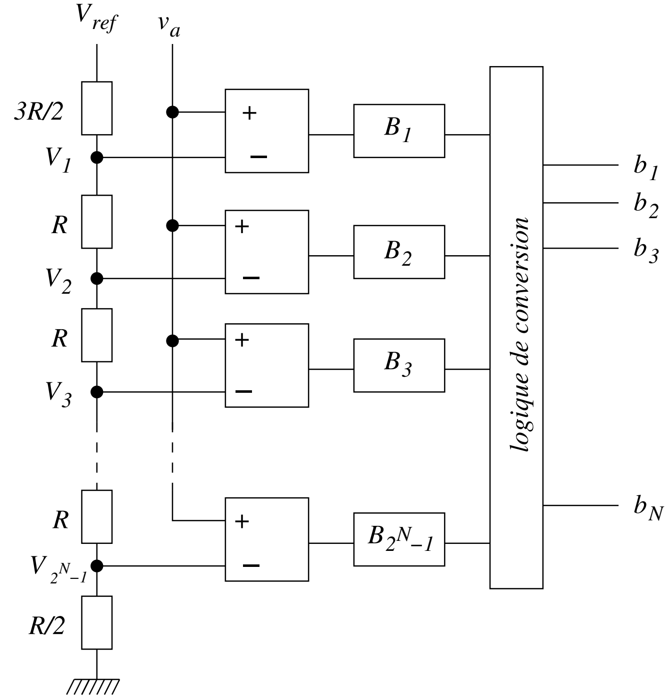
Sur le schéma du convertisseur, u_e représente la tension analogique supposée constante que l'on souhaite convertir en un nombre N.

1. Génération d'une rampe de tension.
   Partant d'une situation où l'interrupteur K est fermé, à $t = 0$, on ouvre cet interrupteur. Le générateur de courant délivre un courant d'intensité I_o constant. L'interrupteur reste ouvert pendant une durée T_{lim}.
   (a) Donner l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ pour $t > 0$.
   (b) Quelle est la tension initiale aux bornes du condensateur ?
   (c) En déduire que la tension $u_c(t)$ est une fonction linéaire du temps de la forme :
   $$u_c(t) = kt$$
   avec k une constante dont on donnera l'expression en fonction de I_0 et C_0.
2. Comparaison à la tension à numériser.
   (a) Quelle est la fonction de l'ALI ? Justifier.
   (b) Tracer sur un même graphique $u_e(t) = E$, $u_c(t)$ et $u_{s1}(t)$. On appellera $t_0 < T_{lim}$ l'instant pour lequel $u_c(t_0) = E$ et V_{sat} la tension de saturation de l'ALI.
3. Adaptation à la logique TTL :
   Le signal u_{s1} doit être adapté à la logique TTL, c'est à dire ramené à l'intervalle [0,5V]. On utilise pour cela une diode supposée idéale ($u_d = 0$ si $i_d > 0$ et $i_d = 0$ si $u_d < 0$) et un pont diviseur de tension.
   Montrer que ce montage réalise la transformation demandée.
4. Porte ET.
   La tension u_{s2} est envoyée à l'entrée E_1 d'une porte ET, le signal d'horloge u_H de période T_H arrive sur l'entrée E_2.
   Tracer, en justifiant, le chronogramme de $u_N(t)$ le signal en sortie de la porte ET, $\forall t \in]0, T_{lim}[$. On pourra prendre comme exemple $t_0 = 10T_H$.
5. Compteur
   Le compteur détermine le nombre N de créneaux contenu dans le signal $u_N(t)$ pendant T_{lim}.
   Montrer que $N = \dfrac{C_o}{I_o T_H} E$. On obtient bien un nombre N proportionnel à la tension E et donc image de celle-ci.

Réponses : 1a : $I_0 = C\dfrac{du_c}{dt}$; 1c : $k = I_0/C_0$; 2a : comparateur simple

Elec064. Convertisseur flash (**)

Le convertisseur flash est un convertisseur parallèle, l'entrée analogique à convertir est comparée simultanément aux $2^N - 1$ tensions de seuils (pour un CAN N bits). Cette comparaison simultanée en fait un convertisseur rapide.



Un CAN flash à N bits comporte $2^N - 1$ comparateurs (un pour chaque seuil à comparer), $2^N - 1$ bascules d'échantillonnage et une logique de conversion.

Chacun des comparateurs délivre en sortie le résultat de la comparaison entre la tension de seuil correspondante et le signal analogique v_a, le résultat est stocké dans une bascule d'échantillonnage.

Les comparateurs C_k pour lesquels les tensions de seuil V_k associées sont inférieures à v_a délivrent en sortie un 1 logique.
Les comparateurs C_k pour lesquels les tensions de seuil V_k associées sont supérieures à v_a délivrent en sortie un 0 logique.

On obtient, en sortie des comparateurs un code thermomètre sur $2^N - 1$ bits, d'où la nécessité d'inclure une logique de conversion du code thermomètre en un code binaire classique selon la règle suivante (cas d'un convertisseur 3 bits) :

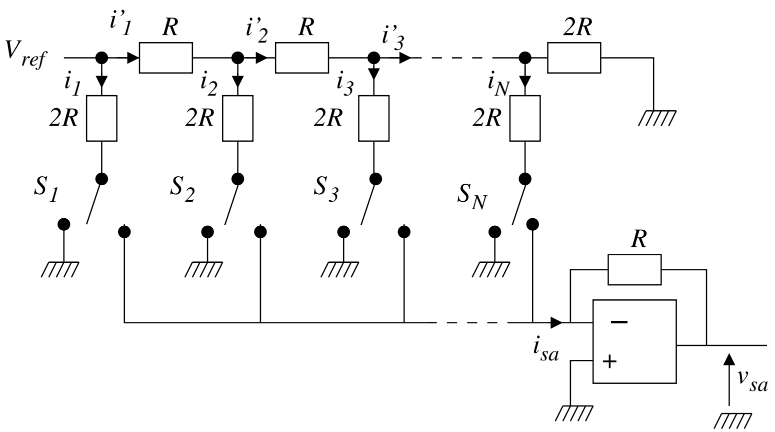
décimal	binaire	code thermomètre
7	111	1111111
6	110	0111111
5	101	0011111
4	100	0001111
3	011	0000111
2	010	0000011
1	001	0000001
0	000	0000000

On considère pour la suite un convertisseur 3 bits avec une tension de référence $V_{ref} = 5$ V.

1. Déterminer les valeurs des tensions de seuil V_k.
2. En déduire le code thermomètre et le code binaire renvoyés pour une tension $v_a = 3,7$ V.
3. Tracer plus généralement la courbe donnant le code binaire en fonction de la tension v_a variant de 0 à 5 V.
4. Quelle est la résolution en tension de ce convertisseur ? Comment améliorer cette résolution ? quel est le prix à payer ?

Réponses : 1 : $V_k = \frac{V_{ref}}{16}\left[16 - (2k+1)\right]$; 2 : thermomètre : 0111111 et binaire : 110 ; 4 : résolution $V_{ref}/8$

Elec065. CNA à échelle R-2R (**)



L'objectif de ce convertissement est de transformer un nombre codé en binaire en une tension analogique.

Les N interrupteurs sont commandés par les bits du mot binaire d'entrée $[b_1 ... b_N]$ avec $b_k = 0$ ou 1. L'écriture décimal du nombre étant bien sûr $b_1 \times 2^{N-1} + b_2 \times 2^{N-2} + \cdots + b_N \times 2^0$.

Pour $b_k = 0$, l'interrupteur correspondant S_k connecte la résistance de valeur $2R$ à la masse, et pour $b_k = 1$ à l'entrée inverseuse de l'ALI.

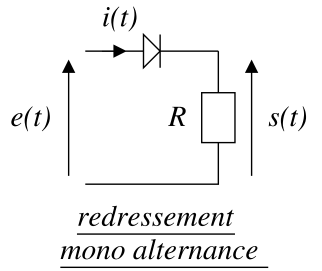
1. Exprimer i_1 en fonction de R et V_{ref}.
2. À l'aide d'associations de résistances, montrer que $i'_k = i_k$.
3. Montrer alors que :
$$v_{sa} = -\frac{V_{ref}}{2^N}\left(2^{N-1}b_1 + 2^{N-2}b_2 + \dots 2^0 b_N\right)$$

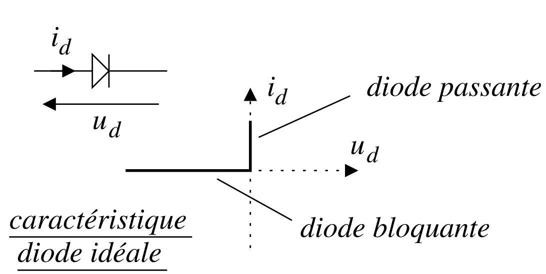
Réponses : 1 : $i_1 = \frac{V_{ref}}{2R}$

Pour aller plus loin

Elec071. Détecteur de crêtes (***)

On considère tout d'abord le montage suivant ayant pour but de réaliser un redressement mono-alternance.
On rappelle par ailleurs la caractéristique d'une diode idéale sans seuil.

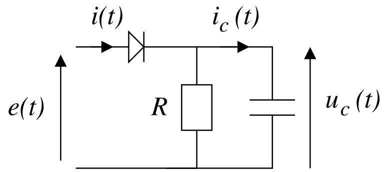




La tension d'entrée est une tension sinusoïdale de la forme $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$ de période $T = 2\pi/\omega$.

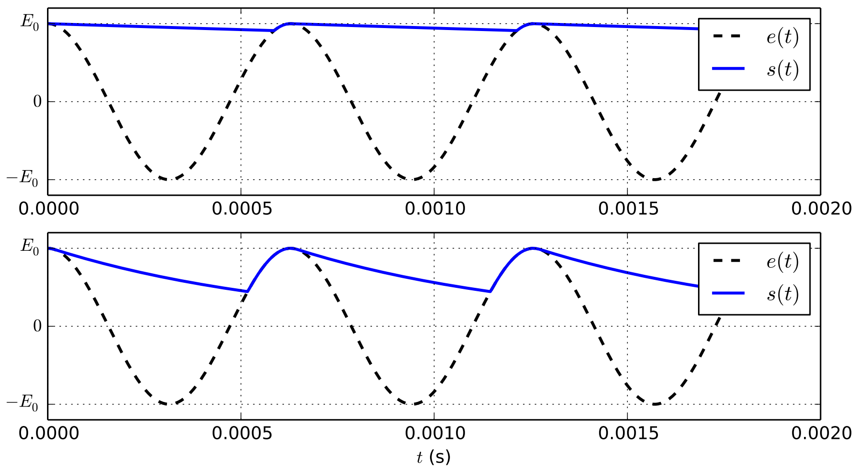
1. En considérant les deux fonctionnements possibles de la diode, passante ou bloquante, déterminer l'expression de la tension de sortie aux bornes de la résistance.
   Justifier le nom du montage « redresseur simple alternance » et tracer sur un même graphique $e(t)$ et $s(t)$.

   On ajoute maintenant un condensateur aux bornes de la résistance. On parle alors de « détecteur de crête ».



2. La diode étant supposée passante, relier $u_c(t)$ et $e(t)$.
3. La diode étant supposée bloquante, déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ et l'intégrer en considérant une condition initiale $u_c(0) = u_0 \neq 0$.

   Les courbes ci-dessous représentent la tension d'entrée et la tension aux bornes du condensateur. La première courbe est tracée pour $RC = 10 \times T$, la seconde pour $RC = T$.



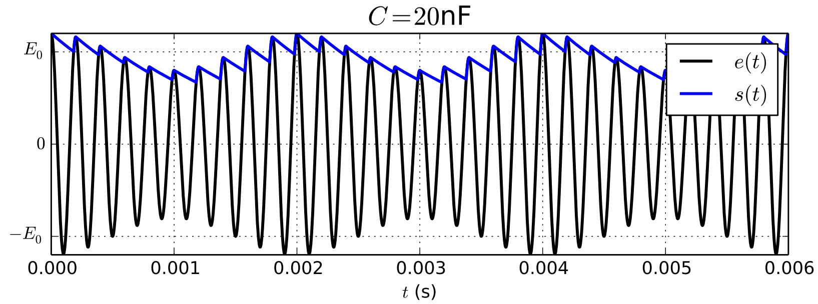
4. Expliquer les allures observées.

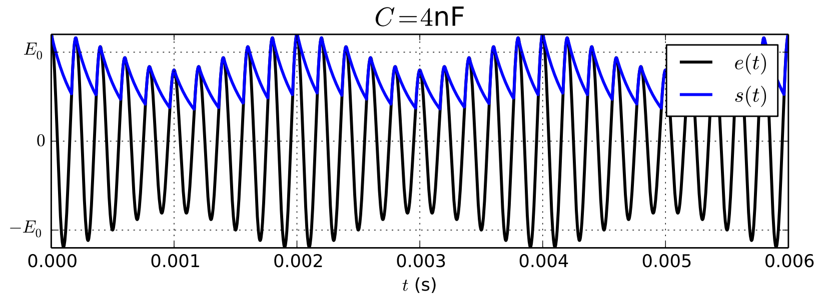
   On considère maintenant en entrée un signal modulé en amplitude de la forme :

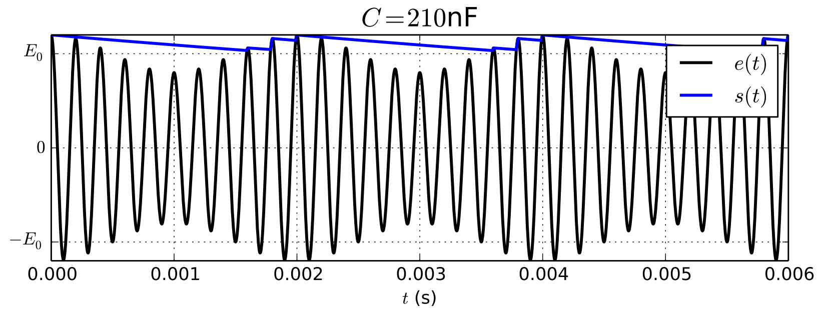
   $$e(t) = E_0 \times [1 + m\cos(2\pi f_m t)] \times \cos(2\pi f_p t) \quad \text{avec} \quad m = 0,20$$

   Pour les simulations suivantes, on choisit pour la fréquence de la porteuse $f_p = 5,0$ kHz et pour le signal modulant $f_m = 500$ Hz.

   Pour les trois simulations, la valeur de la résistance est fixée à 51 kΩ, la capacité valant successivement 20 nF, 4,0 nF et 210 nF.







5. Expliquer **quantitativement** l'allure des courbes de sortie et indiquer quel montage réalise le mieux la démodulation du signal d'entrée.

Réponses : 3 : $RC\dfrac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = 0$

Elec063. Filtrage numérique (***).

On souhaite réaliser un filtrage numérique avec un passe-bas du premier ordre.

1. Rappeler l'équation différentielle reliant v_e tension du signal d'entrée et v_s tension du signal de sortie pour un circuit RC série. On pose $\omega_c = 1/\tau$ avec $\tau = RC$.
2. On appelle T_e la période d'échantillonnage telle que $v_e[k] = v_e(kT_e)$ avec $k \in \{0, \ldots, N-1\}$.

Montrer qu'en intégrant l'équation entre kT_e et $(k+1)T_e$, on obtient :

$$v_s[k+1] = v_s[k] + \frac{1}{\tau}\int_{kT_e}^{(k+1)T_e} (v_e(t) - v_s(t))\, dt$$

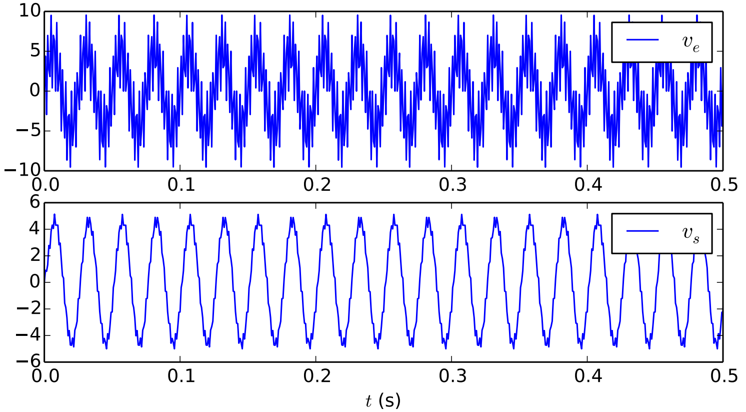
3. En utilisant la méthode des trapèzes pour évaluer l'intégrale, montrer que :

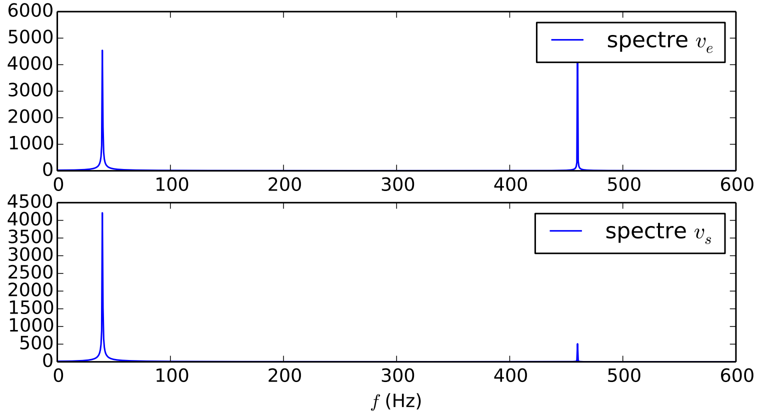
$$v_s[k+1] = Av_s[k] + B\,(v_e[k+1] + v_e[k])$$

avec A et B à exprimer en fonction de ω_c et T_e.

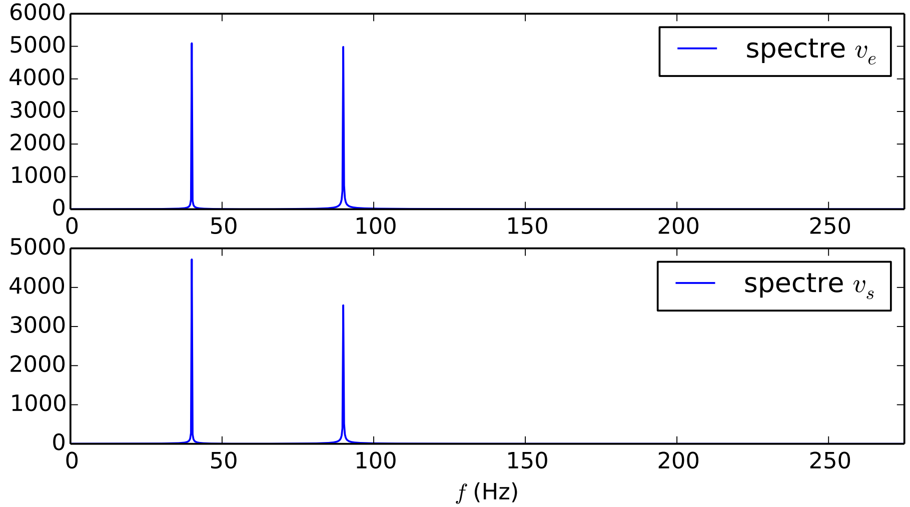
4. Le signal d'entrée est $v_e(t) = 5\sin(2\pi \times 40 \times t) + 5\sin(2\pi \times 460 \times t)$.
Proposer un programme python permettant de :
→ créer le signal d'entrée échantillonné à 1200 Hz avec $N = 1024$ points.
→ calculer le signal de sortie du filtre (fréquence de coupure 100 Hz).
→ représenter le signal d'entrée et de sortie.

5. Les courbes temporelles et les spectres en fréquence des signaux sont représentées ci-dessous. Commenter.





6. On échantillonne avec une fréquence $f_e = 550$ Hz, on obtient les spectres suivants. Expliquer.



Réponses : 1 : $\tau\dfrac{dv_s}{dt} + v_s = v_e$; 2 : $A = \dfrac{1 - T_e\omega_c/2}{1 + T_e\omega_c/2}$, $B = \dfrac{T_e\omega_c/2}{1 + T_e\omega_c/2}$; 6 : repliement du spectre