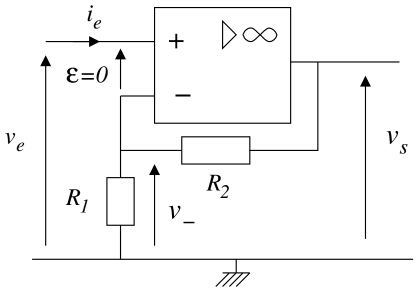
TD02 : Oscillateurs (correction)

Elec045. Choix d'une chaîne retour (*).

1. Montage amplificateur non inverseur :



Dans le cas d'un amplificateur idéal fonctionnant en régime linéaire $v_+ = v_-$, en appliquant la formule du pont diviseur de tension, on en déduit :

$$v_e = \frac{R_1}{R_1+R_2} v_s \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\underline{H} = \frac{v_s}{v_e} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

2. La condition d'oscillations sinusoïdales s'écrit $\underline{H}(j\omega_0) \times \underline{K}(j\omega_0) = 1$. La transmittance de la chaîne directe étant réelle, celle de la chaîne retour doit l'être aussi. D'après le diagramme de Bode pour la phase :

$$\varphi(\underline{K}) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_0 = 4,0 \text{ kHz}}$$

Pour cette fréquence, $|\underline{K}|_{dB}(f_0) \simeq -15$ dB ; la chaîne directe doit posséder un gain qui compense cet affaiblissement, c'est à dire :

$$20\log\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 15 \quad \Rightarrow \quad \frac{R_2}{R_1} = 10^{3/4} - 1 \quad \text{donc} \quad R_2 \simeq 4,6\ R_1$$

On peut donc retenir pour les résistances $\boxed{R_1 = 1,0 \text{ k}\Omega}$ et $\boxed{R_2 = 4,6 \text{ k}\Omega}$, le mieux étant de choisir une résistance variable pour R_2 entre 0 et 10 kΩ pour ajuster précisément la condition d'oscillations.

Elec046. Oscillateur à réseau déphaseur (**).

1. Cas limites :
   ⋆ **basse fréquence** : les condensateurs se comportent comme des circuits ouverts, aucune intensité ne circule dans les résistances, $v_2 \to 0$, en accord avec $\underline{H} \to 0$ à basse fréquence,
   ⋆ **haute fréquence** : les condensateurs se comportent comme des fils, $v_2 \simeq v_1$, en accord avec $\underline{H} \to 1$ à haute fréquence.
2. On calcule la fonction de transfert pour $RC\omega_0 = 1/\sqrt{6}$:

$$\underline{H} = \frac{(j/\sqrt{6})^3}{1+5j/\sqrt{6}+6\times(j/\sqrt{6})^2+(j/\sqrt{6})^3} = \frac{-j}{6\sqrt{6}\left[1+5j/\sqrt{6}-1-j/(6\sqrt{6})\right]}$$

$$\boxed{\underline{H}(\omega_0) = -\frac{1}{29}}$$

Application numérique :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}RC} = \frac{1}{2\pi\sqrt{6}\times 1,3\times 10^3\times 1,0\times 10^{-9}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_0 = 50 \text{ kHz}}$$

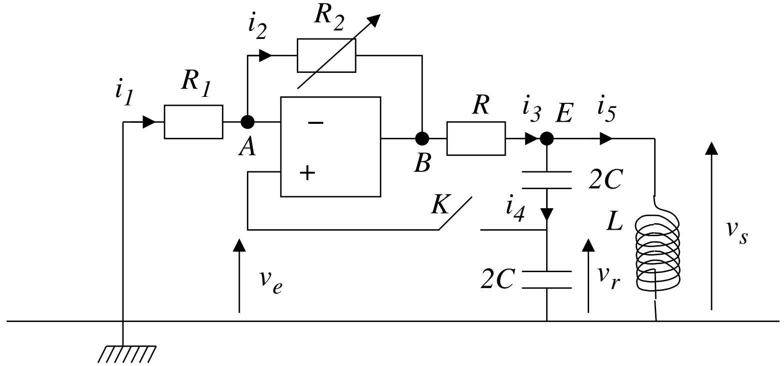
3. Oscillateur
   (a) La présence d'une rétroaction sur l'entrée inverseuse permet d'envisager un fonctionnement linéaire.
   (b) Pour un ALI idéal en régime linéaire : $v_A = v_- = v_+ = 0$.
   (c) En appelant $\underline{K}$ la transmittance de la chaîne retour, la condition d'oscillation impose de trouver une pulsation ω telle que $\underline{H}(j\omega) \times \underline{K}(j\omega) = 1$. Pour $RC\omega_0 = 1/\sqrt{6}$, $\underline{H} = -1/29$, **la transmittance de la chaîne retour doit être négative** pour assurer $\underline{H}(j\omega_0) \times \underline{K}(j\omega_0) = 1$, **d'où le choix d'un amplificateur inverseur**.
   (d) La transmittance de la chaîne retour vaut :

$$\underline{K} = \frac{\underline{v_1}}{\underline{v_2}} = -\frac{R'}{R}$$

   La condition d'oscillation impose $R' = 29R$ c'est à dire $\boxed{R' = 37,7 \text{ k}\Omega}$.

Elec050. Oscillateur de Colpitts (**)

1. On commence par compléter le montage avec les intensités nécessaires aux calculs :



On applique tout d'abord la formule du pont diviseur de tension :

$$\underline{v}_r = \frac{\frac{1}{j2C\omega}}{\frac{1}{j2C\omega}+\frac{1}{j2C\omega}}\underline{v}_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{\underline{H}_R = \frac{\underline{v}_r}{\underline{v}_s} = \frac{1}{2}}$$

L'ALI étant idéal, on a $v_- = v_+ = v_e$

Il reste à appliquer la loi des nœuds en A et en E. Attention de ne pas appliquer la loi des nœuds au point B, le courant sortant de l'ALI est *a priori* non nul et inconnu.

$\rightarrow$ loi des nœuds en A : $i_1 = i_2 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{0-\underline{v}_e}{R_1} = \dfrac{\underline{v}_e - \underline{v}_B}{R_2}$

Pour le courant i_4, les condensateurs sont en série, l'inverse des capacités s'ajoutent dans ce cas :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{2C}+\frac{1}{2C} \quad \Rightarrow \quad C_{eq} = C$$

$\rightarrow$ loi des nœuds en E : $i_3 = i_4 + i_5 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\underline{v}_B - \underline{v}_s}{R} = (\underline{v}_s - 0)\,jC\omega + \dfrac{\underline{v}_s - 0}{jL\omega}$

On obtient :

$$\underline{v}_B = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\underline{v}_e \quad \text{et} \quad \underline{v}_B = \underline{v}_s\left(1+\frac{R}{jL\omega}+jRC\omega\right)$$

et finalement pour la fonction de transfert :

$$\boxed{\underline{H}_A = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1+\frac{R}{jL\omega}+jRC\omega}}$$

2. Lorsque l'on ferme l'interrupteur, le système se boucle et on a la relation supplémentaire $\underline{v}_r = \underline{v}_e$. En revanche, la résistance d'entrée de l'ALI étant infinie, aucun courant n'est prélevé et les relations précédemment obtenues restent valables.

   Raisonnement à l'aide des fonctions de transfert :

   On applique la condition de Berkhausen. Le système peut osciller à condition qu'il existe une pulsation ω_0 telle que $\underline{H}_A(j\omega_0)\underline{H}_R(j\omega_0) = 1$.

   $\underline{H}_R$ étant réelle, il faut $\underline{H}_A$ réelle ce qui impose $\dfrac{R}{jL\omega}+jRC\omega = 0$ c'est à dire $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$.

   Pour cette pulsation, la condition de Berkhausen prend alors la forme :

$$\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = 1 \quad \Rightarrow \quad R_2 = R_1$$

   En conclusion pour $\boxed{R_2 = R_1}$ (en pratique très légèrement supérieur), des oscillations apparaissent à la pulsation $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$.

   Raisonnement à l'aide de l'équation différentielle :

$$\underline{v}_s(t)\left(1+\frac{R}{jL\omega}+jRC\omega\right) = \left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\underline{v}_e(t) = \frac{1}{2}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\underline{v}_s(t)$$

$$jL\omega\frac{\underline{v}_s(t)}{2}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) = \underline{v}_s(t)\left[jL\omega + R - RCL\omega^2\right]$$

   On passe alors dans l'espace temporel :

$$\frac{L}{2}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{dv_s}{dt} = L\frac{dv_s}{dt} + Rv_s + \frac{R}{\omega_0^2}\frac{d^2v_s}{dt^2} \quad \text{avec} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

   On aboutit alors à l'équation différentielle :

$$\frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2v_s}{dt^2} + \frac{L}{2R}\left(1-\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{dv_s}{dt} + v_s = 0$$

   Pour obtenir des oscillations quasi-sinusoïdales, le coefficient du terme d'ordre 1 doit être très légèrement négatif, à la limite $R_2 = R_1$ (en pratique R_2 très légèrement supérieur à R_1) et les oscillations se font à la pulsation propre $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

Elec083. Oscillateur astable à rapport cyclique réglable (**)

1. L'**absence de rétroaction sur la borne inverseuse** assure un comportement en saturation.

   Au niveau de la borne non inverseuse, la formule du pont diviseur de tension assure :

$$v_+ = \frac{R_1}{R_1+R_2}v_s$$

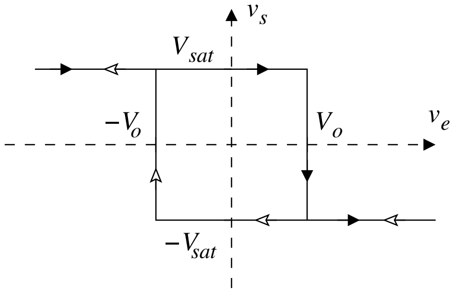
   $\rightarrow v_s = +V_{sat}$ à condition que $v_e = v_- < v_+ = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} = V_0$

   Conclusion : $v_s = +V_{sat}$ tant que $v_e < V_0$

   $\rightarrow v_s = -V_{sat}$ à condition que $v_e = v_- > v_+ = -\dfrac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} = -V_0$

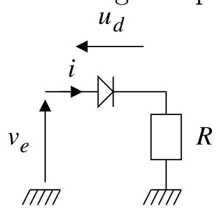
   Conclusion : $v_s = -V_{sat}$ tant que $v_e > -V_0$

   Ce qui donne pour le cycle d'hystérésis :



Pour obtenir ce cycle à l'oscilloscope, il faut se placer en **mode** XY.

2. Considérons tout d'abord le montage simplifié suivant :



→ <u>Premier cas</u> : diode passante $u_d = 0$ à condition que $i > 0$.
Avec $u_d = 0$, $v_e = Ri$, à condition que $i > 0$, donc $v_e > 0$.

→ <u>Second cas</u> : diode bloquante $i = 0$ à condition que $u_d < 0$.
Avec $i = 0$, $v_e = u_d$, à condition que $u_d < 0$, donc $v_e < 0$.

On a donc bien : pour $v_c(t)$ positive, D est passante et D' bloquante et inversement pour $v_c(t) < 0$.

Pour $\underline{v_c(t) > 0}$, la diode D est passante, l'application de la loi des nœuds à l'entrée inverseuse conduit à :

$$\frac{\underline{v}_c - 0}{R} = \frac{0 - \underline{v}_t}{1/(jC\omega)} \quad \Rightarrow \quad \underline{v}_c = -RC \times j\omega\underline{v}_t \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_c(t) = -RC\frac{dv_t(t)}{dt}}$$

Pour $\underline{v_c(t) < 0}$, la diode D' est passante, on en déduit :

$$\boxed{v_c(t) = -R'C\frac{dv_t(t)}{dt}}$$

3. Lorsque la sortie bascule à $+V_{sat}$, on a, d'après le cycle du comparateur à hystérésis : $\boxed{v_t(0^+) = -V_0}$ (cette dernière tension est continue car c'est la tension aux bornes d'un condensateur).

Le premier montage à ALI est un inverseur de gain unité : $v_c(t) = -V_{sat}$, c'est donc la diode D' qui est passante :

$$\frac{dv_t(t)}{dt} = \frac{V_{sat}}{R'C} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_t(t) = \frac{V_{sat}}{R'C} \times t - V_0}$$

D'après le cycle d'hystérésis, le montage bascule à nouveau pour $v_t(\tau) = V_0$, c'est à dire :

$$V_0 = \frac{V_{sat}}{R'C}\tau - V_0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\tau = \frac{2R'CV_0}{V_{sat}}}$$

4. On choisit une nouvelle origine des temps à l'instant du basculement. À cet instant : $v_s = -V_{sat}$, $v_t(0^+) = V_0$, on en déduit $v_c(t) = +V_{sat}$, c'est alors la diode D qui est passante :

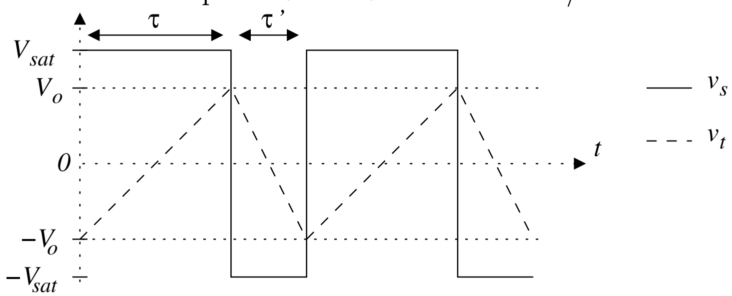
$$\frac{dv_t(t)}{dt} = -\frac{V_{sat}}{RC} \quad \Rightarrow \quad \boxed{v_t(t) = -\frac{V_{sat}}{RC} \times t + V_0}$$

Cette phase se poursuit jusqu'à $v_t(\tau') = -V_0$, avec $\tau' = \dfrac{2RCV_0}{V_{sat}}$.

On reprend alors au niveau de la première phase. Le système est périodique de période :

$$\boxed{T_0 = 2(R + R')C \times \frac{V_0}{V_{sat}}}$$

Le tracé a été réalisé pour $R' = 2R$ et donc $\tau' = \tau/2$:



On en déduit le rapport cyclique réglable en jouant sur le rapport R/R' :

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + \tau'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\alpha = \frac{R'}{R + R'}}$$

Elec074. Oscillateur à résistance négative (***)

1. Résistance négative.

   (a) Dans le cas du fonctionnement linéaire d'un ALI idéal : $v_+ = v_-$.
   La formule du pont diviseur de tension appliquée à l'entrée non inverseuse conduit à :
   $$v_+ = \frac{R_1}{R_1+R_2}u_s \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_e = \frac{R_1}{R_1+R_2}u_s}$$
   De plus la loi d'Ohm appliquée à la résistance R_3 donne :
   $$i_e = \frac{u_e - u_s}{R_3} \quad \Rightarrow \quad u_s = u_e - R_3 i_e$$
   On élimine alors u_s pour en déduire :
   $$u_e = \frac{R_1}{R_1+R_2}\left(u_e - R_3 i_e\right) \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{u_e = -\frac{R_1R_3}{R_2}i_e}$$
   On identifie bien un comportement de résistance négative avec $R_N = \dfrac{R_1R_3}{R_2}$. Contrairement à une résistance classique qui dissipe l'énergie électrique, cette partie du montage peut donc fournir de l'énergie électrique.

   En utilisant cette dernière relation entre u_e et i_e, on en déduit :
   $$u_s = -\frac{R_1R_3}{R_2}i_e - R_3 i_e \quad \Rightarrow \quad \boxed{u_s = -R_3\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)i_e}$$

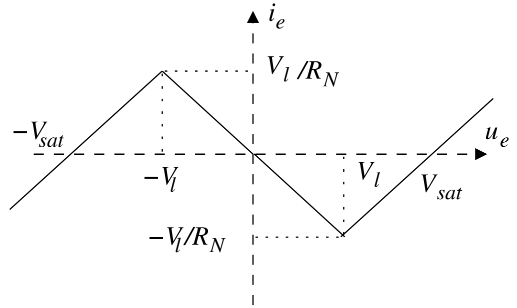
   (b) Pour l'ALI en régime de saturation :
   $$\boxed{u_e = R_3 i_e + V_{sat}} \quad \text{et} \quad \boxed{u_e = R_3 i_e - V_{sat}}$$
   En régime de saturation, on retrouve un comportement classique avec une résistance positive, le système dissipe de l'énergie électrique en régime de saturation.

   (c) Dans le régime linéaire : $u_e = \dfrac{R_1}{R_1+R_2}u_s$, le régime linéaire est associé à $|u_s| < V_{sat}$, c'est à dire $|u_e| < \dfrac{R_1}{R_1+R_2}V_{sat} = V_l$.

   Dans ce domaine linéaire, la relation $i_e = -u_e/R_N$ est linéaire avec une pente $-1/R_N$.

   En régime de saturation, pour $u_s = +V_{sat}$, $i_e = \dfrac{u_e - V_{sat}}{R_3}$, on est en présence d'une relation affine de pente $1/R_3$ qui coupe l'axe des abscisses en $u_e = V_{sat}$.

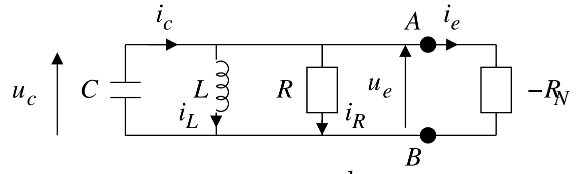
   Ce qui donne finalement pour la caractéristique du dipôle :



   (d) Sur le graphique, on constate $i_e = 0$ pour $u_e = \pm V_{sat}$ et $u_e = 0$. Ceci est bien compatible avec la formule proposée.
   La formule proposée vérifie $\dfrac{di_e}{du_e}(0) = -\dfrac{1}{R_N}$, ce qui est, là encore, bien compatible avec la caractéristique précédemment tracée.

2. Oscillateur à résistance négative.

   (a) Pour cette première question, l'ALI fonctionne en régime linéaire, on peut donc écrire $u_e = -R_N i_e$. La loi des nœuds s'écrit :



   $$i_c = i_L + i_R + i_e \quad \Rightarrow \quad -C\frac{du_c}{dt} = i_L + \frac{u_c}{R} - \frac{u_c}{R_N}$$
   En dérivant cette équation, on en déduit :
   $$-C\frac{d^2u_c}{dt^2} = \frac{1}{L}u_c + \frac{du_c}{dt}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_N}\right)$$
   $$\boxed{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{C}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_N}\right)\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC}u_c = 0} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
   La condition limite d'oscillations sinusoïdales à la pulsation ω_0 s'écrit $\boxed{R = R_N}$. En pratique le système doit être légèrement instable ce qui impose $R_N < R$.

   (b) On utilise maintenant la caractéristique approchée du dipôle (AB) :

      i. Partant toujours de la loi des nœuds :
      $$i_c = i_L + i_R + i_e \quad \Rightarrow \quad \frac{di_c}{dt} = \frac{di_L}{dt} + \frac{di_R}{dt} + \frac{di_e}{dt}$$
      C'est à dire en tenant compte des caractéristiques des dipôles :

$$-C\frac{d^2u_c}{dt^2}=\frac{1}{L}u_c+\frac{1}{R}\frac{du_c}{dt}+\frac{df_2(u_c)}{dt}$$

Avec :

$$\frac{df_2(u_c)}{dt}=\frac{1}{R_N}\frac{du_c}{dt}\times\left[-1+\left(\frac{u_c}{V_{sat}}\right)^2\right]+\frac{u_c}{R}\times 2\frac{u_c}{V_{sat}^2}\frac{du_c}{dt}$$

Et finalement en regroupant les termes :

$$\frac{d^2u_c}{dt^2}-\frac{1}{C}\frac{R-R_N}{RR_N}\left[1-\frac{3R}{R-R_N}\left(\frac{u_c}{V_{sat}}\right)^2\right]\frac{du_c}{dt}+\frac{1}{LC}u_c=0$$

On en déduit par identification :

$$\boxed{\omega_0^2=\frac{1}{LC}}\ ;\ \boxed{\tau=\frac{CRR_N}{R-R_N}}\ ;\ \boxed{V_0=V_{sat}\sqrt{\frac{R-R_N}{3R}}}$$

On se place bien sûr dans le cas où $R>R_N$ sinon les oscillations ne peuvent pas démarrer à partir d'une valeur nulle de u_c.

ii. Pour $|u_c(t)|<V_0$, le système est instable et les oscillations sont amplifiées ; lorsque $|u_c(t)|>V_0$, c'est à dire pour le fonctionnement en saturation, le coefficient du terme du premier ordre change de signe et le système devient stable, les oscillations sont alors atténuées.
Au final on assiste à un équilibre entre des phases d'amplification (fonctionnement linéaire) et des phases d'atténuation (fonctionnement en saturation) permettant d'obtenir un régime quasi-sinusoïdal.

3. Bilan de puissance.

(a) La puissance reçue par la résistance R s'exprime selon : $p_R(t)=\dfrac{u_c(t)^2}{R}$, c'est à dire en moyenne dans le temps :

$$P_R=\langle p_R(t)\rangle=\frac{V_m^2}{R}\left\langle\cos^2(\omega_0 t)\right\rangle\quad\Rightarrow\quad\boxed{P_R=\frac{V_m^2}{2R}}$$

(b) Il n'est pas possible d'appliquer directement la formule précédente pour la résistance négative car son comportement varie selon que l'ALI soit en régime linéaire ou en régime de saturation.
Il faut donc revenir à la définition de la puissance reçue par le système et utiliser la formule approché pour l'intensité. La puissance reçue instantanée s'écrit :

$$p_{R_N}(t)=u_e(t)i_e(t)=\frac{u_e^2(t)}{R_N}\left[-1+\left(\frac{u_e(t)}{V_{sat}}\right)^2\right]$$

La puissance fournie est bien évidemment l'opposé de cette expression, ce qui s'écrit en moyenne dans le temps :

$$P_f=\left\langle\frac{u_e^2(t)}{R_N}\right\rangle-\frac{1}{R_N\times V_{sat}^2}\left\langle u_e^4(t)\right\rangle=\frac{V_m^2}{2R_N}-\frac{V_m^4}{R_NV_{sat}^2}\left\langle\cos^4(\omega_0t)\right\rangle$$

Avec $\cos^4(\omega_0t)=\cos^2(\omega_0t)\times\cos^2(\omega_0t)=\cos^2(\omega_0t)\times[1-\sin^2(\omega_0t)]$

$$\cos^4(\omega_0t)=\cos^2(\omega_0t)-\cos^2(\omega_0t)\sin^2(\omega_0t)=\cos^2(\omega_0t)-\frac{\sin^2(2\omega_0t)}{4}.$$

C'est à dire, en moyenne dans le temps sur une période :

$$\left\langle\cos^4(\omega_0t)\right\rangle=\left\langle\cos^2(\omega_0t)\right\rangle-\frac{1}{4}\left\langle\sin^2(\omega_0t)\right\rangle=\frac{1}{2}-\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

Et finalement :

$$\boxed{P_f=\frac{V_m^2}{2R_N}-\frac{3}{8R_N}\frac{V_m^4}{V_{sat}^2}}$$

(c) En régime de fonctionnement périodique, les apports doivent compenser les pertes, c'est à dire :

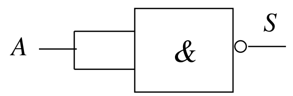
$$P_f=P_R\quad\Leftrightarrow\quad\frac{V_m^2}{2R}=\frac{V_m^2}{2R_N}-\frac{3}{8R_N}\frac{V_m^4}{V_{sat}^2}$$

Ce qui impose pour l'amplitude des oscillations (au-delà de la solution triviale $V_m=0$) :

$$\frac{1}{R}-\frac{1}{R_N}=-\frac{3}{4R_N}\frac{V_m^2}{V_{sat}^2}\quad\Leftrightarrow\quad\boxed{V_m=V_{sat}\times\sqrt{\frac{4}{3}\frac{(R-R_N)}{R}}}$$

Elec049. Oscillateurs à porte logique (***)

1. Réalisation de l'inverseur logique :

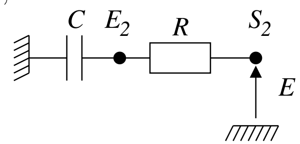


A	S
0	1
1	0

Pour $A=0$, $A_1=A_2=0$, $\Rightarrow S=1$; Pour $A=1$, $A_1=A_2=1$, $\Rightarrow S=0$.
On réalise ainsi la fonction inverseur logique.

2. Phase d'initialisation

(a) La sortie S_1 est dans l'état bas, $v_{s1}=0$; le courant issu du condensateur s'écoule dans la résistance R (résistance d'entrée infinie de la porte) ; l'extrémité de la résistance est reliée à la sortie de la seconde porte dans l'état haut $v_{s2}=E$, c'est à dire :



(b) Le schéma est équivalent à celui d'un circuit RC série soumis à une tension E. La tension du condensateur vérifie :

$$\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=E \quad \text{avec} \quad u_c(0)=0$$

Compte tenu de la condition initiale, la solution est :

$$\boxed{u_c(t)=E\left(1-e^{t/\tau}\right)}$$

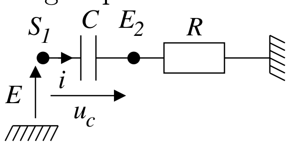
(c) Durant cette phase : $u_c(t)=v_{e2}(t)-v_{s1}=v_{e2}(t)$.
Cette première phase prend fin pour $\boxed{u_c=V_b}$ associé au basculement de la porte 2.

3. <u>Première phase : décharge du condensateur</u>

(a) Le basculement de la porte 2 entraîne $\boxed{v_{s2}=0}$, donc $\boxed{v_{e1}=0}$, ce qui entraîne le basculement de la porte 1 et $\boxed{v_{s1}=E}$. En l'absence de nouveau basculement ces trois valeurs sont imposées.

En revanche v_{e2} n'est pas fixée et doit seulement vérifier $v_{e2}\geq V_b$. La tension aux bornes du condensateur étant continue, $u_c(0^+)=u_c(0^-)=V_b$; or $v_{e2}=v_{s1}+u_c$ donc $\boxed{v_{e2}(0^+)=E+V_b}$.

(b) Durant cette première phase $v_{s1}=E$ et $v_{s2}=0$, aucun courant n'entrant dans la porte, le montage équivalent est :



(c) La loi d'additivité des tensions donne : $E=-u_c+Ri$ avec $i=-C\dfrac{du_c}{dt}$ (convention générateur) :

$$\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=-E \quad \text{avec} \quad u_c(0^+)=V_b$$

La solution est de la forme : $u_c(t)=-E+Ae^{-t/\tau}$ avec, compte tenu de la condition initiale, $V_b=-E+A$, donc :

$$\boxed{u_c(t)=-E+(E+V_b)e^{-t/\tau} \quad \text{et} \quad v_{e2}(t)=(E+V_b)e^{-t/\tau}}$$

L'expression de v_{e2} est obtenue sachant que $v_{e2}(t)=u_c(t)+v_{s1}=u_c(t)+E$.

(d) Lors de cette phase, partant de $E+V_b$ le potentiel de E_2 diminue jusqu'à atteindre la valeur de basculement V_b, ce qui impose :

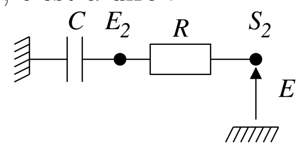
$$V_b=(E+V_b)e^{-t_1/\tau} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{t_1=\tau\ln\left(\frac{E+V_b}{V_b}\right)}$$

4. <u>Seconde phase : charge du condensateur</u>

(a) Le basculement de la porte 2 entraîne $\boxed{v_{s2}=E}$, donc $\boxed{v_{e1}=E}$, ce qui entraîne le basculement de la porte 1 et $\boxed{v_{s1}=0}$. En l'absence de nouveau basculement ces trois valeurs sont imposées.

En revanche v_{e2} n'est pas fixée et doit seulement vérifier $v_{e2}<V_b$. La tension aux bornes du condensateur étant continue, $u_c(0^+)=u_c(0^-)=v_{e2}(0^-)-v_{s1}(0^-)=V_b-E$; or $v_{e2}(0^+)=v_{s1}(0^+)+u_c(0^+)$ donc $\boxed{v_{e2}(0^+)=V_b-E}$.

(b) La sortie S_1 est dans l'état bas, $v_{s1}=0$; le courant issu du condensateur s'écoule dans la résistance R (résistance d'entrée infinie de la porte) ; l'extrémité de la résistance est reliée à la sortie de la seconde porte dans l'état haut $v_{s2}=E$, c'est à dire :



(c) Le montage est le montage classique de la charge d'un condensateur au sein d'un circuit RC :

$$\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=E \quad \text{avec} \quad u_c(0^+)=V_b-E$$

En tenant compte de la condition initiale, on obtient :

$$\boxed{u_c(t)=E+(V_b-2E)e^{-t/\tau}}$$

De plus $v_{e2}(t)=u_c(t)$ car $v_{s1}=0$ durant cette phase.

(d) Le condensateur se charge jusqu'à ce que $v_{e2}=u_c=V_b$:

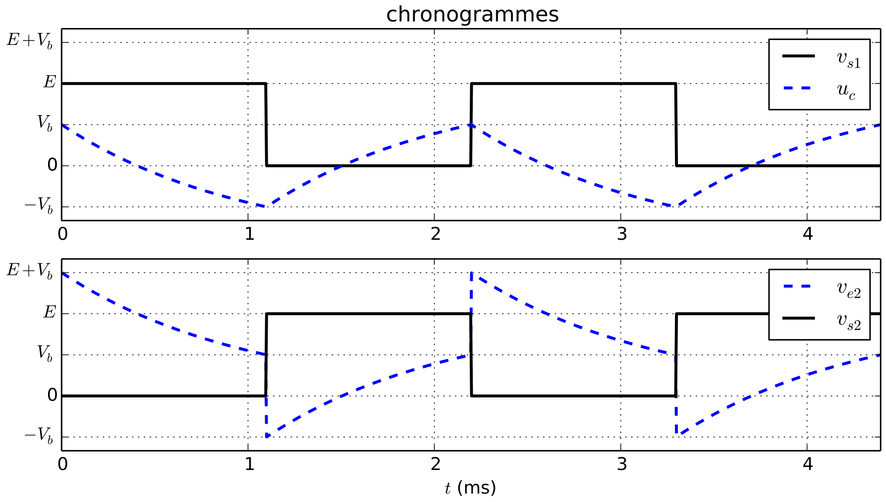
$$V_b=E+(V_b-2E)e^{-t_2/\tau} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{t_2=\tau\ln\left(\frac{2E-V_b}{E-V_b}\right)}$$

5. Suite à ce basculement, le système se retrouve dans un état identique à celui de la première phase, le système va donc osciller avec une succession de charges et de décharges du condensateur entraînant le basculement des portes.

La période T est la somme des deux durées précédemment calculées :

$$T=t_1+t_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{T=RC\ln\left(\frac{2E-V_B}{E-V_B}\times\frac{E+V_B}{V_B}\right)}$$

6. Avec $V_b=E/2$, $\tau=1{,}0$ ms, $t_1=t_2=\tau\ln 3$:


chronogrammes
$E+V_b$
E
V_b
0
$-V_b$
0
1
2
3
4
v_{s1}
u_c
v_{e2}
v_{s2}
t (ms)