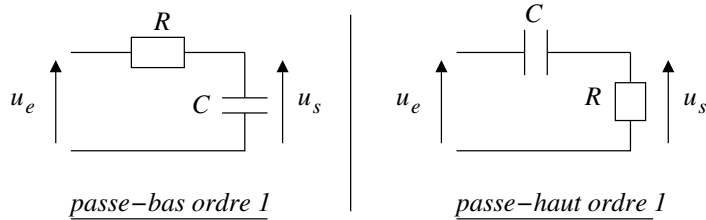


## TD01 : Systèmes linéaires, rétroaction (correction)

### Elec084. Filtres élémentaires (\*)

On peut proposer les montages suivants :



On obtient les fonctions de transfert en utilisant la formule du pont diviseur de tension, avec  $\omega_0 = 1/(RC)$  :

passé-bas : 
$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$
 ; 
 passé-haut : 
$$H(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

### Elec030. Résistance interne d'une bobine (\*\*)

- La période vaut  $T = 4,0 \text{ ms}$ , donc  $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,004} \approx 1,6 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$ .

Graphiquement, on obtient  $U_m = 8,0 \text{ V}$  et  $I_m = \frac{4}{22}$  soit  $I_m = 0,18 \text{ A}$ .

Par définition  $U_m = Z_{AB} I_m$  donc :

$$|Z_{AB}| = \frac{U_m}{I_m} \Rightarrow |Z_{AB}| = 44 \Omega$$

- La tension  $u_I$  est en retard sur la tension  $u_{II}$ , elle coupe l'axe des abscisses avec retard.
- Le déphasage entre  $u_e$  et  $i$  est le même que celui entre  $u_{II} = u_e$  et  $u_I = Ri$  ( $R$  est un réel positif,  $u_I$  et  $i$  sont en phase).

Sur l'oscillogramme, on identifie un décalage temporel  $\tau = 0,50 \text{ ms}$  associé au déphasage  $\varphi$ , tandis qu'un déphasage de  $2\pi$  est associé à la période  $T = 4,0 \text{ ms}$ ; une simple proportion conduit à :

$$\varphi = \frac{2\pi \times 0,50}{4,0} \Rightarrow \varphi = 0,79 \text{ rad}$$

Cette valeur de  $\varphi$  positive correspond à la convention d'écriture de l'énoncé  $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$  car  $i$  est en retard sur  $u_e$ .

- L'impédance du dipôle  $AB$  s'écrit d'une part :

$$Z_{AB} = (R + r) + j \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$$

D'autre part :  $U_m = U_m = Z_{AB} I_m = Z_{AB} I_m e^{-j\varphi}$ , donc :

$$Z_{AB} = \frac{U_m}{I_m} e^{j\varphi} = |Z_{AB}| e^{j\varphi}$$

Par identification, on en déduit :

$$R + r = |Z_{AB}| \cos \varphi \quad \text{et} \quad L\omega - \frac{1}{C\omega} = |Z_{AB}| \sin \varphi$$

C'est à dire :

$$r = |Z_{AB}| \cos \varphi - R = 44,4 \times \cos(0,785) - 22 \Rightarrow r = 9,4 \Omega$$

$$L = \frac{1}{\omega} \left( |Z_{AB}| \sin \varphi + \frac{1}{C\omega} \right) = \frac{1}{1571} \left( 44,4 \times \sin(0,785) + \frac{1}{10^{-5} \times 1571} \right)$$

C'est à dire  $L = 60 \text{ mH}$ .

### Elec038. Redressement double alternance et filtrage (\*\*)

- On applique la formule du pont diviseur de tension :

$$\frac{s}{e} = \frac{R_s}{R_s + jL_s\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{L_s}{R_s}\omega} \Rightarrow H(p) = \frac{1}{1 + \frac{L_s}{R_s}p}$$

Il s'agit d'un **passé-bas d'ordre 1** de pulsation caractéristique  $\omega_0 = \frac{R_s}{L_s}$ .

- On applique l'expression de la fonction de transfert à chacune des composantes du signal sachant que pour le continu  $H(0) = 1$ .

$$s(t) = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega}{\omega_0}\right)^2}} \times \frac{2 \cos(2\omega t + \varphi)}{3} \right] \quad \text{avec} \quad \varphi = -\arctan(2\omega/\omega_0)$$

- D'après la loi d'Ohm,  $i(t) = \frac{s(t)}{R_s}$ . Les variations de l'intensité sont une image exacte des variations de la tension aux bornes de la résistance. Le cosinus oscillant entre  $\pm 1$ , on obtient pour le taux d'ondulation :

$$\tau_i = \frac{\Delta i}{I_{ch}} \Rightarrow \tau_i = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

- On commence par extraire l'expression de l'inductance de la bobine :

$$\tau_i^2 = \frac{1}{1 + \frac{4\omega^2}{\omega_0^2}} \times \frac{4}{9} = \frac{1}{1 + \frac{4 \times 4\pi^2 f^2}{R_s^2}} L_s^2 \times \frac{4}{9} \Leftrightarrow \boxed{L_s = \frac{R_s}{4\pi f} \sqrt{\frac{4}{9\tau_i^2} - 1}}$$

Calculons  $L_{s,lim}$  pour  $\tau_i = 5,0\%$  :

$$L_s = \frac{50}{4\pi \times 50} \times \sqrt{\frac{4}{9 \times 0,05^2} - 1} \Rightarrow \boxed{L_s = 1,1 \text{ H}}$$

La bobine ayant pour effet de lisser les variations de courant, il faut  $L_s \geq 1,1 \text{ H}$  pour obtenir un taux d'ondulation inférieur à 5%.

### Elec102. Filtre réjecteur réel (\*\*)

1. On applique la formule du pont diviseur de tension :

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{j[L\omega - 1/(C\omega)]}{R + j[L\omega - 1/(C\omega)]} = \frac{j[L\omega - 1/(C\omega)] \times jC\omega}{(R + j[L\omega - 1/(C\omega)]) \times jC\omega}$$

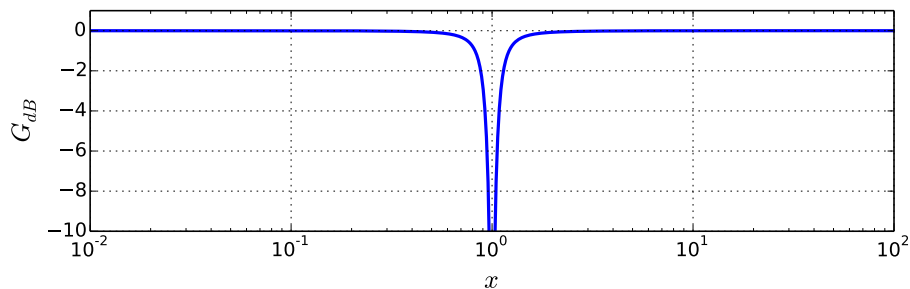
$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{1 - LC\omega^2}{1 - LC\omega^2 + jRC\omega} \Rightarrow \boxed{H(jx) = \frac{1 - x^2}{1 + jx/Q - x^2}}$$

Avec  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  et  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ .

2. Pour le gain de la fonction de transfert :

$$G = |H(x)| = \frac{|1 - x^2|}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + x^2/Q^2}}$$

On constate que cette fonction s'annule en  $x = 1$  et tend vers 1 pour  $x \rightarrow 0$  et  $x \rightarrow +\infty$ . Ce qui donne pour le diagramme de Bode en amplitude, pour  $Q = 5$  :



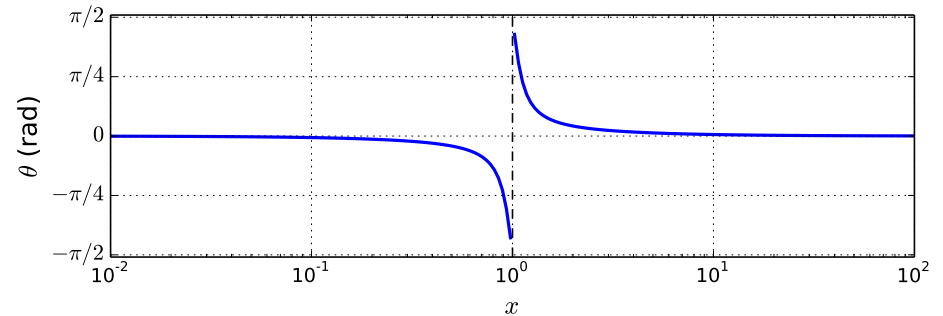
Pour l'étude de la phase, on constate que  $H(jx) \sim_0 1$  et  $H(jx) \sim_{+\infty} 1$ , c'est à dire un déphasage nul loin de la fréquence de coupure.

Pour l'expression algébrique du déphasage, il est plus simple de réécrire la fonction :

$$\underline{H}(jx) = \frac{1}{1 + \frac{jx}{Q(1-x^2)}} \Rightarrow \boxed{\forall x \neq 1, \theta(x) = -\arctan\left(\frac{x}{Q(1-x^2)}\right)}$$

Pour  $x \rightarrow 1^-$ ,  $\arctan\left(\frac{x}{Q(1-x^2)}\right) \rightarrow \pi/2$ ,  $\theta \rightarrow -\pi/2$ .

Pour  $x \rightarrow 1^+$ ,  $\arctan\left(\frac{x}{Q(1-x^2)}\right) \rightarrow -\pi/2$ ,  $\theta \rightarrow \pi/2$ .



On constate que le filtre élimine les signaux de fréquences voisines de la pulsation propre et préserve les autres en phase comme en amplitude.

3. Filtre réel :

(a) On constate que le gain en décibel ne diverge plus pour l'anti-résonance. Ceci s'explique par la présence d'une résistance non nulle pour la bobine. Ainsi, en notant  $r$  la résistance de la bobine, la fonction de transfert devient :

$$\underline{H} = \frac{r + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}{r + R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

On constate alors que pour  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,  $\underline{H} = \frac{r}{r + R}$ , la fonction de transfert est réelle, le déphasage est alors nul (cf. courbe donnant la phase en fonction de la fréquence). Le gain réel étant fini et non nul, le gain en décibel ne diverge plus. Pour  $R \gg r$ , on se rapproche de la courbe théorique.

(b) Le déphasage s'annule pour  $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (fréquence de l'ordre de 1100 Hz sur la courbe), on en déduit :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \times 1100^2 \times 0,50 \times 10^{-6}} \Rightarrow \boxed{L = 42 \text{ mH}}$$

Pour cette fréquence qui correspond expérimentalement au minimum du gain, on a :

$$G_{dB}^{min} = 20 \log \left( \frac{r}{r+R} \right) \Leftrightarrow \frac{r}{r+R} = 10^{G_{dB}^{min}/20}$$

$$\text{C'est à dire : } r = \frac{R \times 10^{G_{dB}^{min}/20}}{1 - 10^{G_{dB}^{min}/20}}$$

Sur les courbes, on peut lire  $G_{dB}^{min} \approx -25$  pour  $R = 200 \Omega$  et  $G_{dB}^{min} \approx -38$  pour  $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ , ce qui donne :

$$r_1 = \frac{200 \times 10^{-1,25}}{1 - 10^{-1,25}} \approx 11,9 \Omega \quad \text{et} \quad r_2 = \frac{1000 \times 10^{-38/20}}{1 - 10^{-38/20}} \approx 12,7 \Omega$$

On peut retenir une valeur  $\boxed{r \approx 12 \Omega}$ . Le boîtier de la bobine indique une résistance de l'ordre de  $9 \Omega$ . Notons qu'on accède à  $r$  via un logarithme ce qui rend ensuite la détermination de  $r$  par passage à la puissance de 10 plus imprécise.

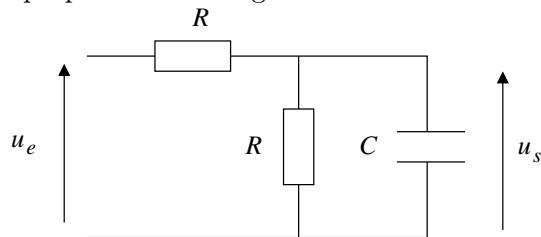
### Elec109. Filtre (\*\*)

1. Le diagramme de Bode est celui d'un filtre passe-bas premier ordre avec une pente de  $-20 \text{ dB/dec.}$  et un déphasage de  $-\pi/2$  à haute fréquence, la fonction de transfert est de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\omega/\omega_c}$$

C'est à dire pour le gain basse-fréquence :  $G_{dB,0} = 20 \log(H_0) = -6 \text{ dB}$ , soit  $H_0 = 1/2$ .

On peut alors proposer le montage suivant :



On obtient la fonction de transfert à l'aide d'un pont diviseur de tension :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{Z_{eq}}{Z_{eq} + R} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_{eq}}} \quad \text{avec} \quad Z_{eq} = \frac{R \times \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$\Leftrightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{2 + jRC\omega} \quad \Leftrightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + j\frac{RC}{2}\omega}$$

$$\text{C'est à dire : } \boxed{\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{2}{RC}}$$

2. Par définition de la pulsation de coupure,  $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB}^{max} - 3 \text{ dB}$  et pour un filtre premier  $\varphi(\omega_c) = -\pi/4$ . Par lecture graphique, on obtient  $f_c \approx 780 \text{ Hz}$ , c'est à dire :

$$2\pi f_c = \frac{2}{RC} \Leftrightarrow C = \frac{1}{\pi R f_c} = \frac{1}{\pi \times 1,0 \times 10^3 \times 780} \quad \boxed{C \approx 0,40 \mu\text{F}}$$

3. Analyse des signaux

(a) Notons tout d'abord que le signal d'entrée  $u_e$  est la superposition d'un signal crêteau  $u_{e,1}$  d'amplitude  $\approx 5 \text{ V}$  et d'un signal constant  $u_{e,2}$  de valeur  $2,0 \text{ V}$ .

L'action du filtre sur le signal  $u_{e,2}$  est associée à la fonction de transfert à fréquence nulle, c'est à dire  $\underline{H}(0) = H_0 = 1/2$ ; ceci explique que, quelle que soit l'expérience, le signal de sortie est centré sur la valeur moyenne  $2,0 \times 1/2 = 1,0 \text{ V}$ .

L'analyse peut alors s'effectuer à l'aide de la fonction de transfert ou de l'équation différentielle :

$$\frac{u_s}{u_e} = \frac{1}{2 + jRC\omega} \quad \text{et} \quad \frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{\tau} = \frac{u_e}{2\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{RC}{2}$$

→ *Première expérience* :  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $T/2 = 10 \text{ ms}$ ,  $\tau = 0,20 \text{ ms}$

Comme  $\tau \gg \frac{T}{2}$ , on observe la charge et la décharge complète du condensateur, la solution s'identifie quasiment au régime permanent avec  $\forall t, u_s(t) \approx u_e(t)/2$ .

→ *Deuxième expérience* :  $f = 621 \text{ Hz}$ ,  $T/2 = 0,80 \text{ ms}$ ,  $\tau = 0,20 \text{ ms}$

Avec  $\frac{T}{2} \approx 4\tau$ , on observe la charge et la décharge quasi-complète du condensateur.

→ Troisième expérience :  $f = 6310 \text{ Hz}$ ,  $RC\omega \approx 16$

Comme  $T \ll \tau$ , le condensateur n'a plus le temps de se charger ; pour le seul signal crête centré (et non pour la valeur moyenne!), on peut approximer la fonction de transfert par :

$$\frac{u_{s,1}}{u_{e,1}} \approx \frac{1}{jRC\omega} \Rightarrow \frac{du_{s,1}}{dt} = \frac{u_{e,1}}{RC}$$

On retrouve le fait qu'à **haute fréquence devant la fréquence de coupure, un filtre passe-bas se comporte comme un intégrateur**. Le signal d'entrée étant constant par morceaux, le signal de sortie sera un signal triangulaire.

- (b) En intégrant la relation précédente sur une demi-période durant laquelle  $u_{e,1} = E \approx 5 \text{ V}$ , on obtient :

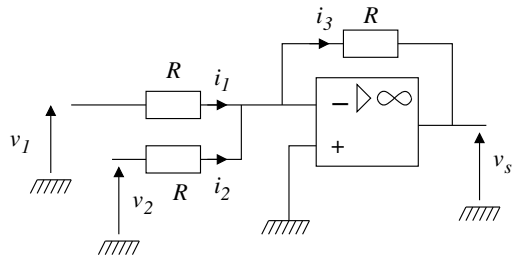
$$\frac{\Delta u_{s,1}}{T/2} = \frac{E}{RC} \Leftrightarrow RC = \frac{T}{2} \times \frac{E}{\Delta u_{s,1}}$$

Application numérique :

$$RC = \frac{1/6310}{2} \times \frac{5}{1} \Rightarrow \boxed{RC \approx 4 \times 10^{-4} \text{ s}}$$

### Elec032. Montages élémentaires (\*)

→ Premier montage :



On fait l'hypothèse d'un fonctionnement en régime linéaire,  $v_- = v_+ = 0$ .

On applique la loi des nœuds à l'entrée inverseuse de l'ALI :

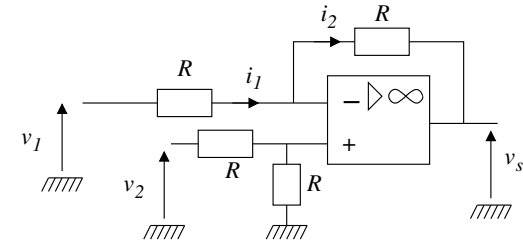
$$i_1 + i_2 = i_3 \Rightarrow \frac{v_1 - v_-}{R} + \frac{v_2 - v_-}{R} = \frac{v_- - v_s}{R}$$

On en déduit :

$$\boxed{v_s = -(v_1 + v_2)}$$

On est en présence d'un montage **sommeur** (inverseur).

→ Second montage :



On fait l'hypothèse d'un fonctionnement en régime linéaire,  $v_- = v_+$ .

On applique la formule du pont diviseur de tension au niveau de l'entrée non inverseuse :

$$v_+ = \frac{R}{R+R}v_2 \Rightarrow v_+ = \frac{v_2}{2}$$

On applique la loi des nœuds au niveau de l'entrée inverseuse de l'ALI :

$$i_1 = i_2 \Rightarrow \frac{v_1 - v_-}{R} = \frac{v_- - v_s}{R} \Rightarrow v_1 - \frac{v_2}{2} = \frac{v_2}{2} - v_s$$

On en déduit  $\boxed{v_s = v_2 - v_1}$

On est en présence d'un montage **soustracteur**.

### Elec027. Montage déphaseur (\*)

- On applique la loi des nœuds à l'entrée inverseuse :

$$\frac{e - v_-}{R} = \frac{v_- - s}{R} \Rightarrow e + s = 2v_-$$

On applique la formule du pont diviseur de tension à l'entrée non inverseuse :

$$v_+ = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}e$$

La rétroaction sur l'entrée inverseuse incite à faire l'hypothèse d'un comportement linéaire :  $v_+ = v_-$

En combinant ces trois relations, on en déduit alors :

$$e + s = \frac{2jRC\omega}{1 + jRC\omega}e \Leftrightarrow (1 + jRC\omega)(e + s) = 2jRC\omega \times e$$

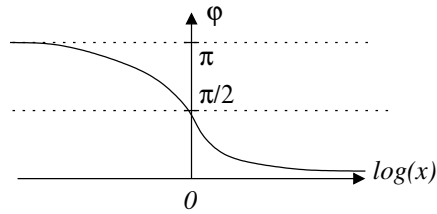
$$\text{C'est à dire : } \boxed{\underline{H} = \frac{s}{e} = -\frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega} = -\frac{1 - jx}{1 + jx}}$$

- La fonction de transfert est le rapport de deux nombres complexes conjugués l'un de l'autre, le module est donc égal à 1 quelle que soit la fréquence.

Pour le déphasage :

$$\arg(\underline{H}) = \arg(-1) + \arg\left(\frac{1 - jx}{1 + jx}\right) = \pi + \arg(1 - jx) - \arg(1 + jx)$$

$$\boxed{\varphi(x) = \arg(\underline{H}) = \pi - 2 \times \arctan(x)}$$



3. On constate que le filtre se contente de déphaser le signal sans modifier l'amplitude du signal et ceci quelle que soit la fréquence, cela justifie le nom de « montage déphaseur ».

### Elec007. Amplificateur réel (\*\*)

1. Commençons par déterminer  $v_+$  et  $v_-$ .

La loi des nœuds au niveau de l'entrée non inverseuse conduit à :

$$\frac{e - v_+}{R_4} = \frac{v_+ - u_s}{R_3} \Rightarrow v_+ = \frac{R_3 e + R_4 u_s}{R_3 + R_4}$$

La formule du pont diviseur de tension au niveau de l'entrée inverseuse s'écrit :

$$v_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s$$

La caractéristique de l'ALI réel s'écrit en notation de Laplace :

$$(1 + \tau p) u_s = \mu_0 \varepsilon = \mu_0 (v_+ - v_-) = \mu_0 \left( \frac{R_3 e + R_4 u_s}{R_3 + R_4} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} u_s \right)$$

Équation qui se réécrit :

$$\tau p u_s + \left( 1 + \mu_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \mu_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) u_s = \frac{\mu_0 R_3}{R_3 + R_4} e$$

2. Le système est stable si le coefficient en facteur de  $u_s$  est positif :

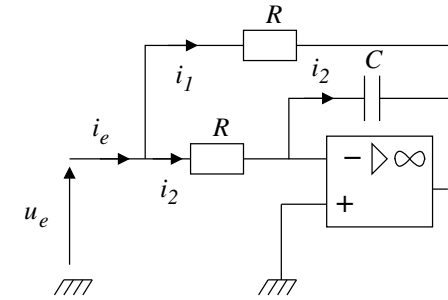
$$\frac{1}{\mu_0} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} > 0$$

A priori  $\mu_0 \gg 1$ , la condition se simplifie en :  $\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} > 0$ , c'est à dire :

$$R_2 R_3 > R_1 R_4$$

### Elec040. Simulation d'inductance (\*\*)

1. La **rétroaction sur l'entrée inverseuse** permet de faire l'hypothèse d'un régime linéaire.
2. Il s'agit de déterminer la résistance d'entrée du montage, c'est à dire l'impédance  $Z_e$  telle que  $\underline{u}_e = Z_e \times \underline{i}_e$ .



La loi des nœuds conduit à :

$$\underline{i}_e = \underline{i}_1 + \underline{i}_2$$

L'ALI idéal fonctionnant en régime linéaire :  $\underline{v}_- = \underline{v}_+ = 0$ .

La loi des mailles permet d'écrire :

$$\underline{u}_e = R \underline{i}_2 \quad \text{et} \quad \underline{u}_e = R \underline{i}_1 - \frac{1}{jC\omega} \underline{i}_2$$

C'est à dire :  $R \underline{i}_1 = \underline{u}_e \left( 1 + \frac{1}{jRC\omega} \right)$ .

En éliminant  $\underline{i}_1$  et  $\underline{i}_2$  de la loi des nœuds, on en déduit :

$$R \underline{i}_e = \underline{u}_e \left( 1 + \frac{1}{jRC\omega} \right) + \underline{u}_e \Leftrightarrow \underline{u}_e = \frac{R}{2 + \frac{1}{jRC\omega}} \underline{i}_e = \frac{R}{2} \times \frac{1}{1 + \frac{1}{2jRC\omega}} \underline{i}_e$$

Pour une association parallèle résistance-bobine  $R' - L'$ , l'impédance équivalente s'écrit :

$$Z_{eq} = \frac{R' \times jL'\omega}{R' + jL'\omega} = \frac{R'}{1 + \frac{R'}{jL'\omega}}$$

On en déduit par identification :

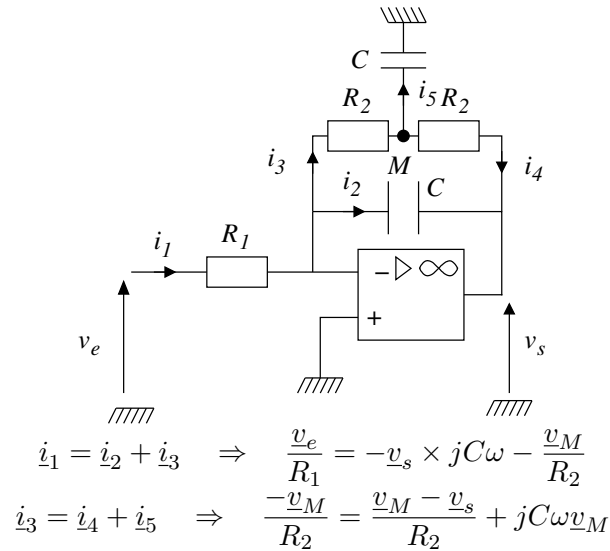
$$R' = \frac{R}{2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{2RC} = \frac{R'}{L'}$$

C'est à dire  $R' = R/2$  et  $L' = R^2 C$ .

En jouant sur les valeurs de  $R$  et  $C$ , il est plus ou moins possible d'obtenir des valeurs quelconques d'inductance, c'est l'intérêt d'un tel montage.

### Elec080. Filtrage d'un signal en créneaux (\*\*)

1. Appliquons la loi des nœuds au niveau de l'entrée inverseuse et du point  $M$  :



La seconde relation conduit à :  $v_M = \frac{v_s}{2 + jR_2C\omega}$ , on peut alors éliminer  $v_M$  de la première relation pour en déduire :

$$v_e = -jR_1C\omega v_s - \frac{R_1}{R_2} \times \frac{v_s}{2 + jR_2C\omega}$$

En regroupant les termes, on en déduit finalement :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{2 + jR_2C\omega}{(1 + jR_2C\omega)^2}$$

En basse fréquence  $|\underline{H}|(0) = \frac{2R_2}{R_1}$ , d'après le diagramme de Bode, on en déduit :

$$20 \log \left( \frac{2R_2}{R_1} \right) = 6 \Rightarrow \frac{2R_2}{R_1} = 10^{3/10} \approx 1,995$$

On peut donc retenir  $R_1 = R_2$ .

Pour déterminer  $\tau$ , on utilise l'intersection des deux asymptotes dont il faut d'abord déterminer les expressions :

Asymptote basse fréquence :  $G_{dB}^{BF} = 20 \log \left( \frac{2R_2}{R_1} \right)$

Asymptote haute fréquence :

$$|H|(\omega) \sim_{\infty} \frac{R_2}{R_1} \times \frac{1}{R_2C\omega} = \frac{1}{R_1C\omega} \Rightarrow G_{dB}^{HF} = -20 \log(R_1C\omega)$$

L'intersection des deux asymptotes vérifie :

$$G_{dB}^{BF} = G_{dB}^{HF} \Leftrightarrow \frac{2R_2}{R_1} = \frac{1}{R_1C\omega}$$

On en déduit :

$$\tau = R_2C = \frac{1}{2\omega} = \frac{1}{2 \times 10^{2,7}} \Rightarrow \tau = 1,0 \times 10^{-3} \text{ s}$$

2. Les condensateurs étant initialement déchargés, et la tension aux bornes d'un condensateur étant continue ;

$$v_s(0^+) = v_-(0^+) = 0$$

Pour déterminer  $\frac{dv_s}{dt}(0^+)$ , on peut repartir de la relation :

$$\frac{v_e}{R_1} = -v_s \times jC\omega - \frac{v_M}{R_2}$$

On passe alors en temporel et on applique la relation en  $t = 0^+$  sachant que la tension aux bornes du condensateur est initialement nulle  $v_M(0^-) = v_M(0^+) = 0$  :

$$\frac{v_e(0^+)}{R_1} = -C \frac{dv_s}{dt}(0^+) \Rightarrow \frac{dv_s}{dt}(0^+) = -\frac{E}{R_1C}$$

En utilisant la tangente à l'origine de la courbe temporelle, on détermine une pente initiale de  $-2 \text{ V}/(2 \text{ ms})$  avec  $E = 1 \text{ V}$ , on en déduit :  $R_1C = 1,0 \text{ ms}$ .

Une fois le régime permanent atteint, les condensateurs sont chargés, le courant passe donc dans la résistance  $R_1$  et les deux résistances  $R_2$ , le circuit se ramène à un amplificateur inverseur :

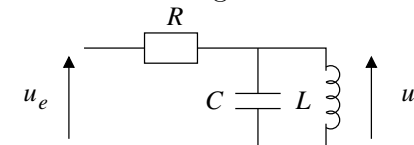
$$v_s^\infty = -\frac{2R_2}{R_1} v_e^\infty \Rightarrow v_s^\infty = -\frac{2R_2}{R_1} E$$

On note que ce résultat est compatible avec la valeur limite de l'évolution temporelle avec  $E = 1,0 \text{ V}$  et  $R_2 = R_1$ . On peut également trouver ce résultat en appliquant la fonction de transfert à fréquence nulle.

Enfin connaissant la capacité du condensateur et la constante de temps, on en déduit  $R_1 = R_2 = 1,0 \text{ k}\Omega$ .

### Elec037. Choix d'un filtre - Réglage d'un circuit d'accord (\*\*)

On commence par représenter le montage associé au filtre proposé :



On exprime alors la fonction de transfert à l'aide de la formule du pont diviseur de tension sachant que l'impédance équivalente à l'association parallèle  $L - C$  vaut

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{jL\omega}{1 - LC\omega^2} :$$

$$\underline{H} = \frac{u_s}{u_e} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{R + \underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{1 + R/\underline{Z}_{eq}} = \frac{1}{1 + \frac{R(1 - LC\omega^2)}{jL\omega}} = \frac{1}{1 + jRC\omega - j\frac{R}{L\omega}}$$

Le filtre est un filtre passe-bande de la forme : 
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

Par identification, avec  $\frac{Q}{\omega_0} = RC$  et  $\omega_0 Q = \frac{R}{L}$ , on en déduit :

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{LC}} \quad \text{et} \quad \boxed{Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$$

Pour cette fonction de transfert, la pulsation de résonance est  $\omega_0$  et la largeur de la bande passante  $\Delta\omega$  sont liées au facteur de qualité par la relation :  $Q = \omega_0/\Delta\omega$ .

Connaissant la fréquence à préserver, on peut déterminer la capacité du condensateur :

$$4\pi^2 f_p^2 = \frac{1}{LC} \quad \Leftrightarrow \quad C = \frac{1}{4\pi^2 L f_p^2}$$

Application numérique :

$$C = \frac{1}{4\pi^2 \times 4 \times 10^{-3} \times (162 \times 10^3)^2} \Rightarrow \boxed{C = 2,4 \times 10^{-10} \text{ F}}$$

On extrait alors la valeur de la résistance de la largeur de la bande passante :

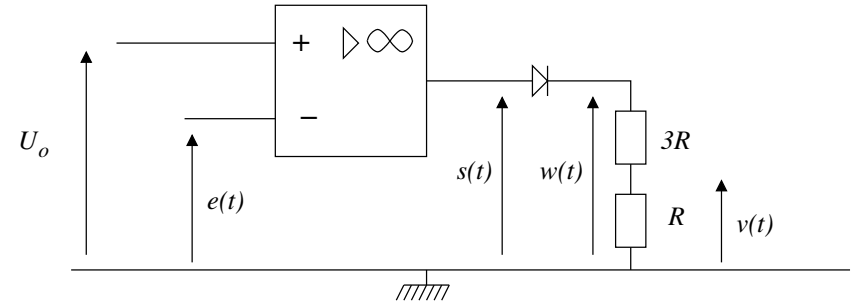
$$Q = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{f_p}{\Delta f} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{f_p}{\Delta f} \times \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Application numérique :

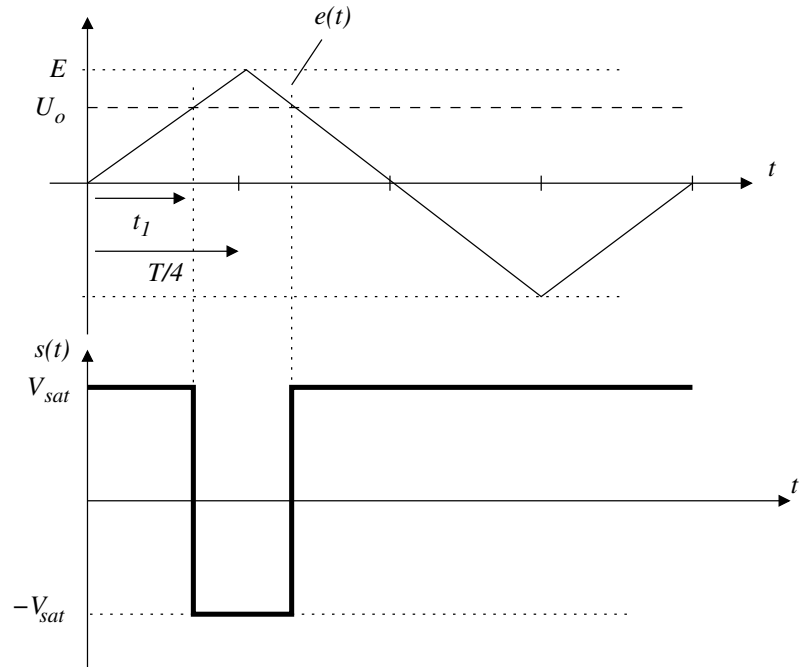
$$R = \frac{162}{10} \times \sqrt{\frac{4 \times 10^{-3}}{2,4 \times 10^{-10}}} \Rightarrow \boxed{R = 66 \text{ k}\Omega}$$

### Elec105. Création d'un signal (\*\*\*)

L'idée est de partir sur un ALI en régime de saturation sous la forme d'un **comparateur simple** avec une tension continue  $v_+ = U_0$  sur l'entrée positive et le signal triangulaire d'amplitude  $E$  sur l'entrée inverseuse  $v_- = e(t)$ .



Quand  $v_+ = U_0 > v_- = e(t)$ ,  $s(t) = +V_{sat}$ ; dans le cas contraire,  $s(t) = -V_{sat}$



Plus précisément, le théorème de Thalès donne :

$$\frac{t_1}{U_0} = \frac{T/4}{E} \quad \Leftrightarrow \quad t_1 = \frac{T}{4} \times \frac{U_0}{E}$$

Sur une période  $T$ , on a donc  $s(t) = +V_{sat}$  sur une durée  $\Delta t$  :

$$\Delta t = 2t_1 + \frac{T}{2} = \frac{T}{2} \left( 1 + \frac{U_0}{E} \right)$$

En définissant  $\alpha = \Delta t/T$  la proportion du temps durant laquelle  $s(t) = +V_{sat}$ , on obtient :

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{U_0}{E} \right)$$

En choisissant le rapport  $U_0/E$ , on peut donc régler le rapport cyclique à la valeur souhaitée.

Ensuite la diode supposée idéale génère un redressement simple alternance : les parties négatives sont ramenées à une valeur nulle.

Il reste à ramener l'amplitude de  $+V_{sat}$  à la valeur 3 V. Si on suppose que  $V_{sat} = 12$  V, le pont diviseur de tension proposé réalisera l'opération souhaitée.