TD01 : Systèmes linéaires, rétroaction

Systèmes linéaires, filtrage

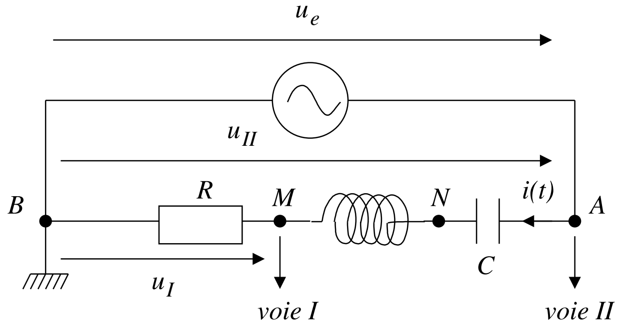
Elec084. Filtres élémentaires (*)

Proposer deux montages élémentaires permettant pour l'un de réaliser un filtre passe-bas du premier ordre, pour l'autre un filtre passe-haut du premier ordre. Donner les fonctions de transfert associées.

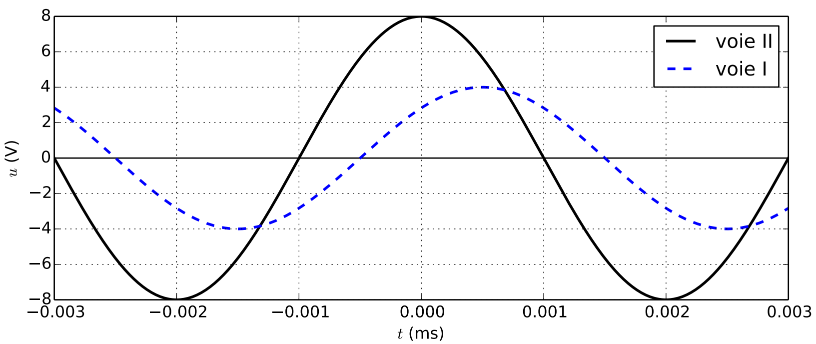
Réponses : passe-bas $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{1}{1 + j\omega/\omega_0}$; passe-haut $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{j\omega/\omega_0}{1 + j\omega/\omega_0}$

Elec030. Résistance interne d'une bobine (**)

On étudie le circuit suivant constitué d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance interne r, et d'un condensateur de capacité C :



À l'aide d'un oscilloscope, on obtient l'évolution suivante pour les tensions :



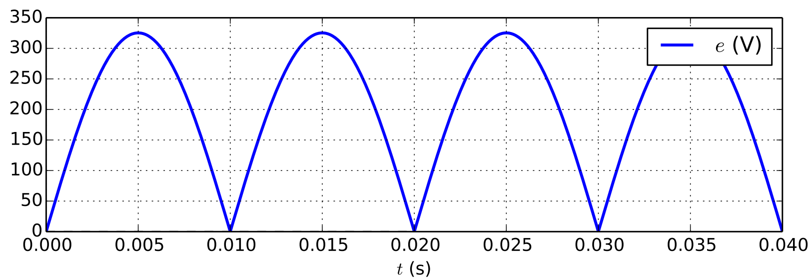
Données : $R = 22\ \Omega$ et $C = 10\ \mu$F

1. À l'aide de l'oscillogramme, calculer les valeurs de la période T, de la pulsation ω, des amplitudes U_m et I_m, et du module de l'impédance $|\underline{Z}_{AB}|$.
2. Des deux tensions u_I et u_{II}, quelle est celle qui est en avance de phase sur l'autre ?
3. Calculer le déphasage φ entre la tension $U_e(t) = U_m \cos(\omega t)$ et l'intensité du courant $i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi)$
4. Déterminer r et L.

Réponses : 1 - $T = 4,0$ ms, $U_m = 8,0$ V, $I_m = 0,18$ A ; $|\underline{Z}_{AB}| = 44\ \Omega$; 3 : $\varphi = 0,79$ rad ; 4 : $r = 9,4\ \Omega$, $L = 60$ mH

Elec038. Redressement double alternance et filtrage (**)

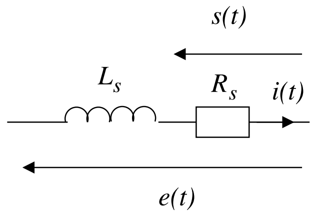
Partant d'un signal sinusoïdal issu du réseau, il est possible, en utilisant un pont de Graetz à quatre diodes, d'effectuer un redressement double alternance pour obtenir le signal suivant $e(t)$:



La tension $e(t)$ étant périodique, elle est décomposable en série de Fourier. Pour la suite de cet exercice, on ne prend en compte que la composante continue et le fondamental.

On approxime alors e par $e(t) = \dfrac{2V\sqrt{2}}{\pi}\left(1 - \dfrac{2\cos(2\omega t)}{3}\right)$ avec $V = 230$ V et $\omega = 2\pi f$, $f = 50$ Hz.

Ce signal est placé à l'entrée d'un filtre $\{L_s, R_s\}$, on note $s(t)$ la tension de sortie aux bornes de la résistance.



1. Établir l'expression de la fonction de transfert $H(p)$ en notation opérationnelle de ce filtre. Quelle est la nature de ce filtre ? Quelle est sa pulsation

caractéristique ω_0 en fonction de R_s et L_s ?

2. Compte tenu de la forme retenue pour $e(t)$, quelle est l'expression littérale de $s(t)$ en fonction de V, ω, t, ω_0 ?

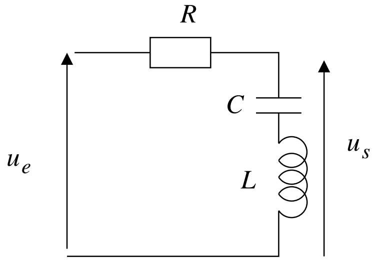
3. En déduire l'expression littérale du « taux d'ondulation » τ_i du courant $i(t)$, c'est-à-dire le rapport de l'amplitude de ses variations sur sa valeur moyenne I_{ch}.

4. On donne $R_s = 50\ \Omega$; quelle inégalité doit vérifier l'inductance L_s pour que le taux d'ondulation de courant τ_i soit inférieur ou égal à 5,0 % ?

Réponses : 1 : $H(p) = 1/(1 + \dfrac{L_s}{R_s}p)$, passe-bas ordre 1, $\omega_0 = R_s/L_s$;
2 : $s(t) = \dfrac{2V\sqrt{2}}{\pi}\left[1 - \dfrac{1}{\sqrt{1+(2\omega/\omega_0)^2}} \times \dfrac{2\cos(2\omega t + \varphi)}{3}\right]$, avec $\varphi = -\arctan(2\omega/\omega_0)$;
3 : $\tau_i = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{\sqrt{1+(2\omega/\omega_0)^2}}$; 4 : $L_s \geq 1,1$ H

Elec102. Filtre réjecteur réel (**)

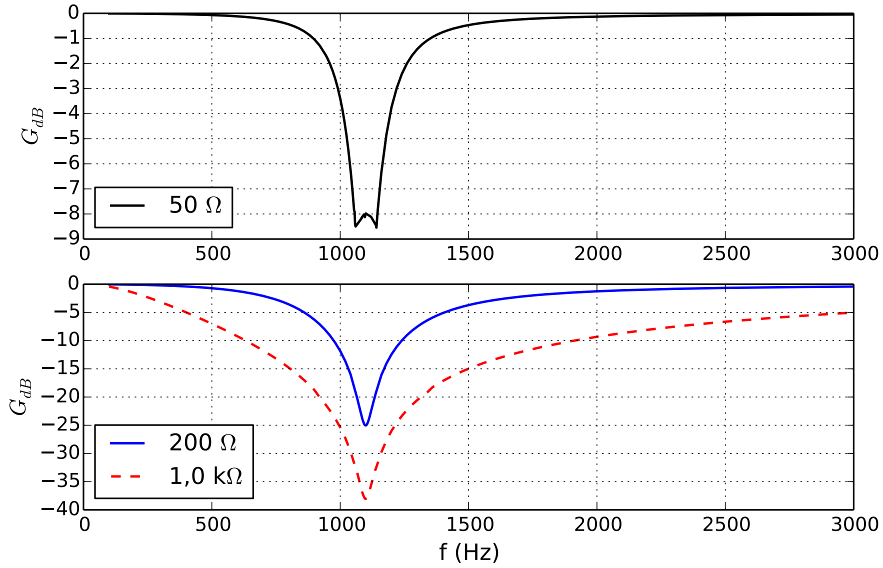
On considère le circuit RLC suivant alimenté en sinusoïdal, la tension de sortie étant prise aux bornes de l'ensemble condensateur/bobine en série.

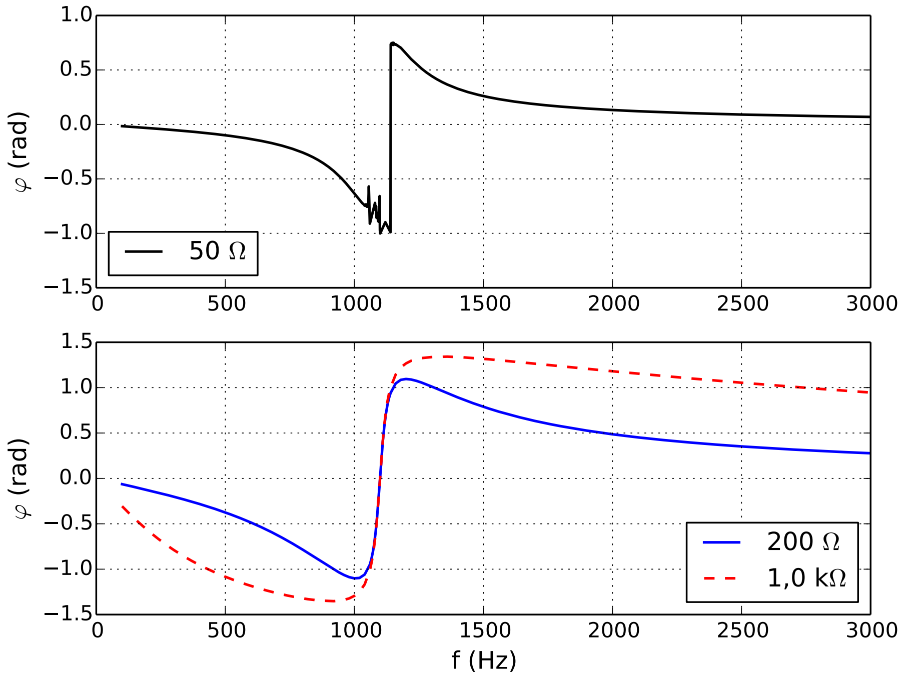


1. Montrer que la fonction de transfert de ce filtre peut se mettre sous la forme :
$$\underline{H}(jx) = \frac{1 - x^2}{1 + jx/Q - x^2}$$
avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$. On précisera les expression de ω_0 et Q à l'aide des données.

2. Tracer le diagramme de Bode en amplitude et en phase et justifier le nom de ce filtre, « filtre réjecteur ».

3. On a réalisé le tracé expérimental de la phase et du gain en décibel avec un condensateur de capacité $C = 0,50\ \mu$F, une bobine 1000 spires et une résistance R successivement égale à 50 Ω, 200 Ω et 1,0 kΩ.





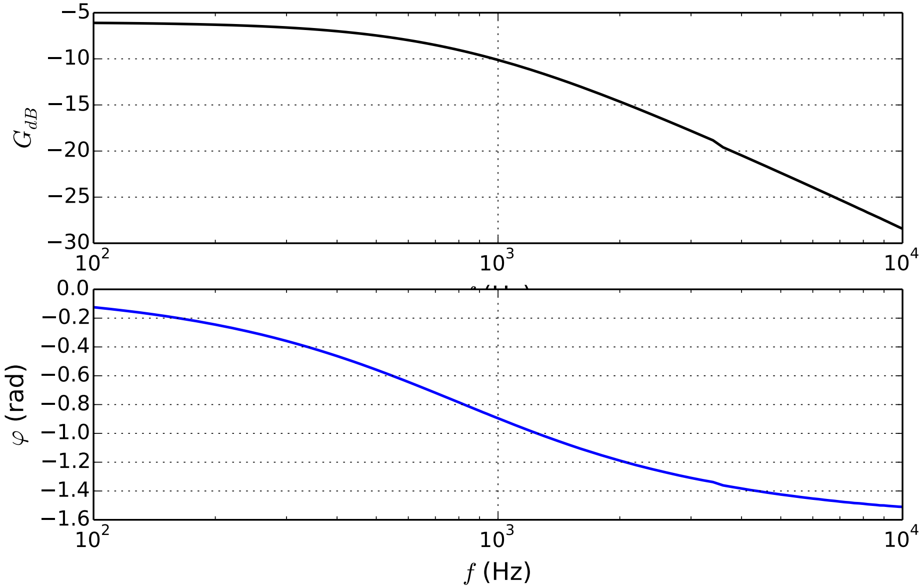
(a) Expliquer la raison principale des différences entre les résultats expérimentaux et théoriques.

(b) Déterminer les caractéristiques de la bobine.

Réponses : 1 : $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$; 3(a) : résistance r de la bobine ; 3(b) : $L \simeq 42$ mH et $r \simeq 12\ \Omega$

Elec109. Filtre (**)

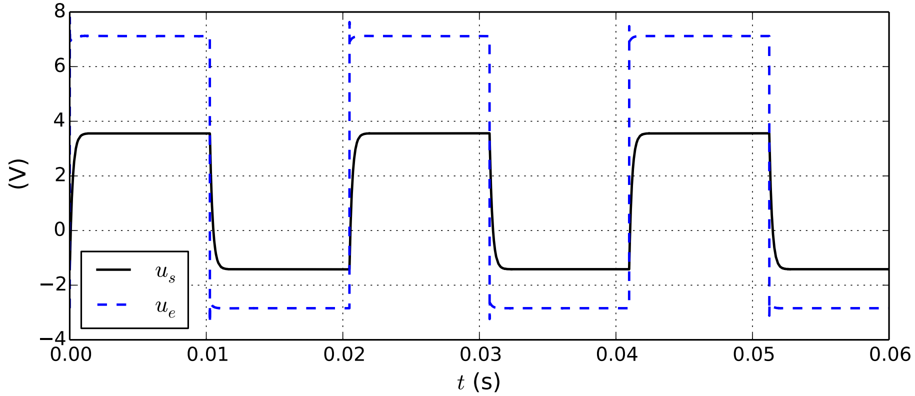
On considère le diagramme de Bode expérimental suivant :

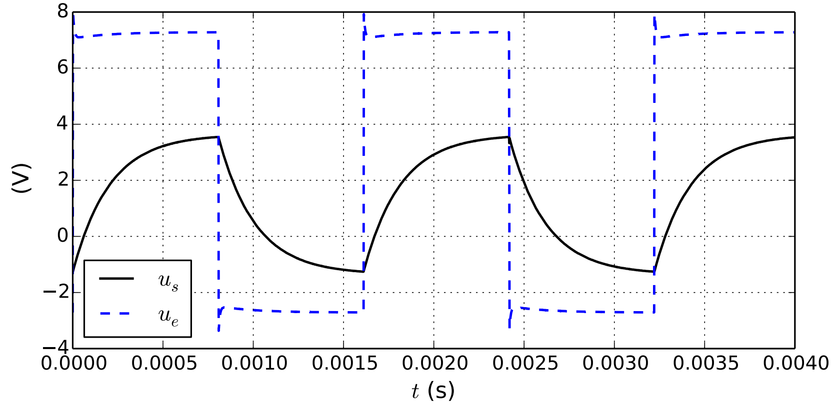


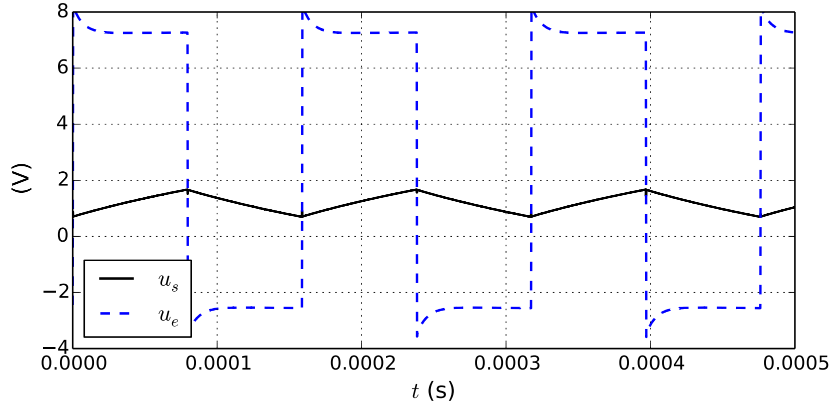
1. Proposer un montage composé de deux résistances R identiques et d'un condensateur de capacité C et compatible avec la forme des courbes.
2. Sachant que $R = 1,0\ \text{k}\Omega$, estimer la valeur de la capacité C du condensateur.
3. On attaque le montage par un signal créneau de moyenne non nulle pour différentes fréquences d'excitation $f_1 = 50$ Hz, $f_2 = 621$ Hz et $f_3 = 6310$ Hz.

   (a) Expliquer la forme des signaux en sortie.

   (b) Retrouver une estimation de la valeur du produit RC à l'aide de la troisième expérience.



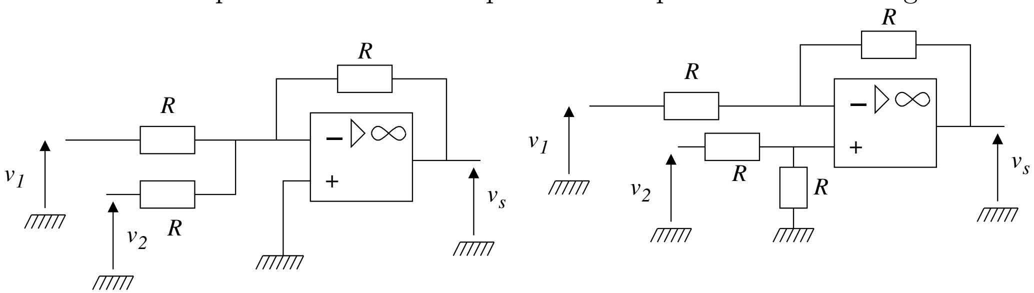




Réponses : 2 : $C \simeq 0,40\ \mu\text{F}$

Elec032. Montages élémentaires (*)

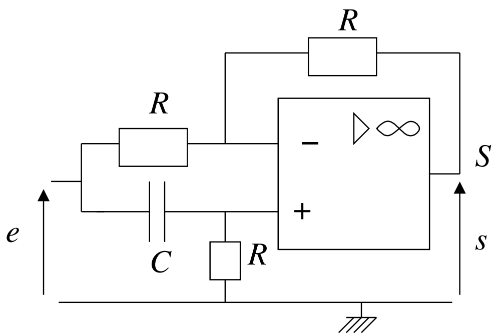
Déterminer les opérations mathématiques réalisées par ces deux montages.



Réponses : montage de gauche : $v_s = -(v_1 + v_2)$; montage de droite $v_s = v_2 - v_1$

Elec027. Montage déphaseur (*)

On considère le filtre ci-dessous :



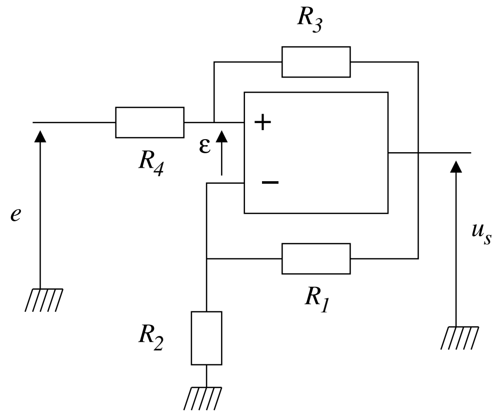
1. Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}$ en fonction de $x = RC\omega$.
2. Tracer la courbe donnant le gain et la phase dans le diagramme de Bode.
3. Justifier le nom du filtre.

Réponses : 1 : $\underline{H}(x) = -\dfrac{1-jx}{1+jx}$; 2 : $\forall x,\ |\underline{H}|(x) = 1$ et $\varphi(x) = \pi - 2\times\arctan(x)$

Elec007. Amplificateur réel (**)

On étudie le système représenté ci-dessous en supposant que l'amplificateur opérationnel impose la relation :

$$\tau\frac{du_s}{dt} + u_s = \mu_0\varepsilon$$

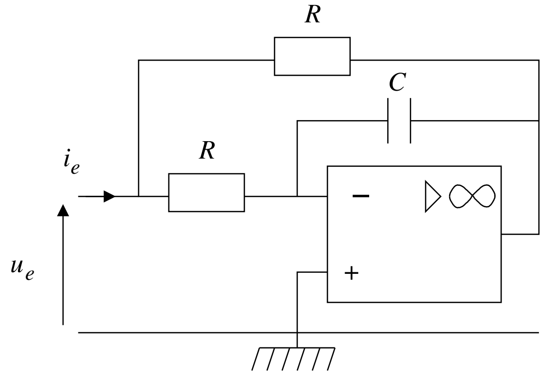


1. Établir sa fonction de transfert $H(p) = \dfrac{u_s(p)}{e(p)}$.
2. En déduire une condition de stabilité pour ce système pour $\mu_0 \gg 1$.

Réponses : 1 : $\tau p u_s + \left(1 + \mu_0\dfrac{R_2}{R_1+R_2} - \mu_0\dfrac{R_4}{R_3+R_4}\right)u_s = \dfrac{\mu_0 R_3}{R_3+R_4}e$; 2 : $R_2R_3 > R_1R_4$

Elec040. Simulation d'inductance (**)

On considère le montage donné par la figure ci-dessous :

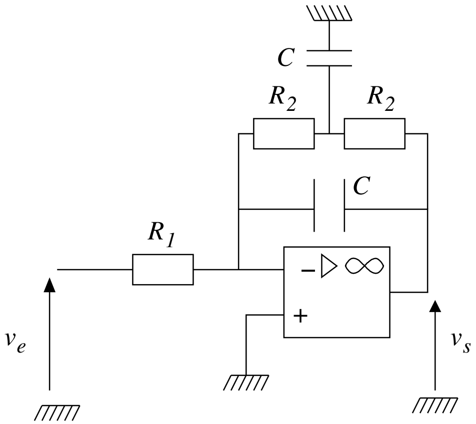


1. Justifier que l'ALI fonctionne en régime linéaire.
2. Montrer que l'impédance d'entrée du montage est équivalente à celle d'une inductance pure L' en parallèle avec une résistance R'. Déterminer L' et R' en fonction des données.

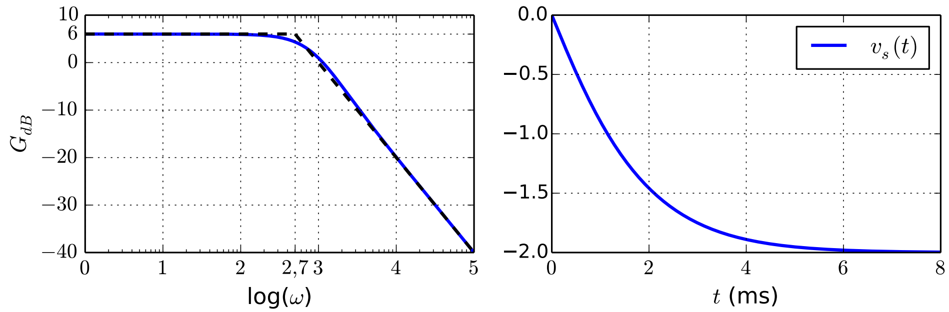
Réponses : 1 : rétroaction sur la borne inverseuse ; 2 : $L' = R^2C$ et $R' = R/2$

Elec080. Filtrage d'un signal en créneaux (**)

Le schéma du circuit ci-après est donné à un élève.



L'ALI est en fonctionnement linéaire. On a $C = 1,0\ \mu$F.
Le circuit est monté dans une boîte noire. L'élève doit déterminer expérimentalement les valeurs de R_1 et R_2.
Pour cela, il obtient expérimentalement le diagramme de Bode du gain, puis la réponse $v_s(t)$ du système à un échelon de tension. Ces deux courbes sont fournies ci-dessous :



1. Montrer que la fonction de transfert du circuit vaut :
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = -\frac{R_2}{R_1} \times \frac{2 + jR_2C\omega}{(1 + jR_2C\omega)^2}$$
Déduire du diagramme de Bode une relation entre R_1 et R_2 ainsi que la valeur de la constante de temps $\tau = R_2C$.
2. L'élève « attaque » le circuit par un échelon de tension :
$$\forall t < 0,\ v_e(t) = 0 \quad \text{et} \quad \forall t > 0,\ v_e(t) = E = 1\ \text{V}$$
tous les signaux étant nuls pour $t < 0$.

   Analyser le comportement du circuit à $t = 0^+$: valeur de $v_s(0^+)$ et $\dfrac{dv_s}{dt}(0^+)$, ainsi qu'à $t \to +\infty$. En déduire une relation entre R_1 et R_2 ainsi que la valeur de la constante de temps $\tau' = R_1C$.
Donner les valeurs de R_1 et R_2.

Réponses : 1 : $R_1 = R_2$, $\tau = R_2C = \dfrac{1}{2\omega} = 1,0$ ms ; 2 : $v_s(0^+) = 0$, $\dfrac{dv_s}{dt}(0^+) = -\dfrac{E}{R_1C}$; $R_1C = 1,0$ ms, $R_1 = R_2 = 1,0$ kΩ

Exercices demandant de l'initiative

Elec037. Choix d'un filtre - Réglage d'un circuit d'accord (**)

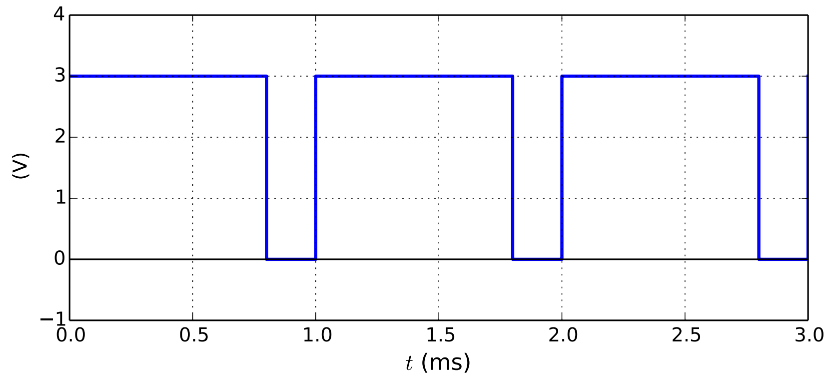
Une antenne reçoit les ondes hertziennes émises par les différentes stations de radio. Pour sélectionner une station particulière de fréquence de porteuse f_p, on couple l'antenne à un filtre passe-bande appelé *circuit d'accord*. La bande passante du circuit doit être suffisamment étroite pour ne capter que la station recherchée, mais suffisamment large pour inclure la largeur de bande Δf qu'a induite la modulation d'amplitude.

Sachant que le circuit d'accord est un circuit $L - C$ parallèle, en série avec une résistance R, de capacité C variable et d'inductance $L = 4,0$ mH, déterminer les valeurs à donner à C et à R, si l'on cherche à détecter France-Inter dont la fréquence d'émission est $f_p = 162$ kHz avec $\Delta f = 10$ kHz.

Réponses : $C = 2,4 \times 10^{-10}$ F ; $R = 66$ kΩ

Elec105. Création d'un signal (***)

En partant d'un signal triangulaire, on souhaite générer le signal suivant :



Proposer un montage utilisant entre autre un ALI en saturation et permettant d'obtenir ce signal à partir d'un signal triangulaire.