

**TD00 : thermodynamique première année (correction)****ThermoSup080. Compression (Adapté, oral ESM 2018, \*\*)**

1. Les parois permettant les échanges thermiques, à l'état d'équilibre final :

$$T_f = T_0.$$

De plus l'équilibre mécanique final du piston impose  $P_f = 2P_0$  (le poids du piston étant négligé vis à vis des forces de pression).

La loi des gaz parfaits assure alors  $V_f = V_0/2$ .

2. Pour un gaz parfait l'énergie interne molaire ne dépend à l'équilibre que de la température (première loi de Joule); comme  $T_f = T_i = T_0$ ,  $\Delta U = 0$  et donc  $W = -Q$

Pour la première transformation brutale monobare  $P_{ext} = 2P_0$  :

$$W_1 = -2P_0 \times (V_f - V_i) = -2P_0 \times (V_0/2 - V_0) = P_0V_0 \Rightarrow W_1 = n_0RT_0$$

Et pour le transfert thermique  $Q_1 = -nRT_0$ .

Lors de la compression, le piston appuie sur le gaz qui reçoit un travail mécanique positif; lors de la compression, le gaz s'échauffe et le retour à l'équilibre thermique nécessite d'évacuer l'énergie thermique vers l'extérieur ( $Q_1 < 0$ ).

Pour la seconde transformation, on peut supposer que le système évolue selon une suite de quasi-états d'équilibre, et que la transformation passe de monotherme à isotherme :

$$W_2 = - \int_{V_0}^{V_0/2} P dV = - \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{n_0RT_0}{V} dV \Rightarrow W_2 = n_0RT_0 \ln(2)$$

Et pour le transfert thermique :  $Q_2 = -n_0RT_0 \ln(2)$ .

Pour cette seconde transformation lente et proche à chaque fois d'un état d'équilibre, les échanges d'énergie sont réduits en valeur absolue.

3. Les états d'équilibres initial et final étant identiques pour les deux évolutions et l'entropie étant une fonction d'état, sa variation est la même pour les deux protocoles :

$$\Delta S = n_0R \ln\left(\frac{V_0/2}{V_0}\right) \Rightarrow \Delta S = -n_0R \ln(2)$$

Le système n'étant pas isolé, le signe de  $\Delta S$  est arbitraire (négatif dans le cas présent).

On évalue alors l'entropie échangée :

$$\text{— premier protocole : } S_{e,1} = \frac{Q_1}{T_0} \Rightarrow S_{e,1} = -n_0R;$$

$$\text{— second protocole : } S_{e,2} = \frac{Q_2}{T_0} \Rightarrow S_{e,2} = -n_0R \ln(2).$$

Et pour l'entropie créée :

$$\text{— premier protocole : } S_{c,1} = \Delta S - S_{e,1} \Rightarrow S_{c,1} = n_0R [1 - \ln(2)] > 0;$$

$$\text{— second protocole : } S_{c,2} = \Delta S - S_{e,2} \Rightarrow S_{c,2} = 0.$$

On retrouve à la limite le caractère réversible de la transformation isotherme.

**ThermoSup028. Équilibre eau-glace (\*)**

Pour que l'eau soit entièrement sous forme liquide il faut que toute la glace ait fondu; au minimum on doit donc avoir la totalité de l'eau à 0°C; si on apporte une plus grande énergie thermique la température finale sera supérieure à 0°C.

On considère le système total isolé constitué de l'eau et de la glace; pour ce système isolé, l'enthalpie se conserve (on confond enthalpie et énergie interne pour les phases condensées), il reste à utiliser l'extensivité de l'enthalpie en supposant à la limite une température finale  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  :

$$0 = \Delta h = c_g(t_0 - t_1) + l_f + c_e(t_0 - t_2)$$

$$t_2 = t_0 + \frac{c_g(t_0 - t_1) + l_f}{c_e} = 0 + \frac{2,09 \times 20 + 334}{4,18} = 90^\circ\text{C}$$

**ThermoSup058. Solides mis en contact (\*\*)**

1. On applique le premier principe de la thermodynamique pour le système constitué des deux blocs entre l'instant initial de mise en contact et l'instant final caractérisé par une température commune :

$$\Delta U = W + Q$$

Le système global étant isolé thermiquement de l'extérieur  $Q = 0$ . Pour des systèmes solides et supposés indéformables, on peut négliger le travail des forces de pression, donc  $\Delta U = 0$

L'énergie interne est une grandeur extensive, on a donc :

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_1(T_F - T_1) + C_2(T_F - T_2) = 0 \Rightarrow T_F = \frac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1 + C_2}$$

2. Le système global étant isolé de l'extérieur :  $\Delta S = S_e + S_c = S_c$  (pas d'entropie échangée).

On détermine la variation d'entropie à l'aide du caractère extensif de l'entropie et de la formule pour une phase condensée :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \Rightarrow \boxed{\Delta S = C_1 \ln \left( \frac{T_f}{T_1} \right) + C_2 \ln \left( \frac{T_f}{T_2} \right)}$$

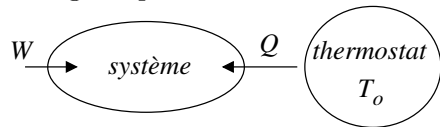
3. Pour  $C = C_1 = C_2$ ,  $T_F = (T_1 + T_2)/2$  et :

$$\Delta S = C \ln \left( \frac{T_f^2}{T_1 T_2} \right) = C \ln \left( \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2} \right)$$

$(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T_2 = T_1^2 + T_2^2 - 2 T_1 T_2 = (T_1 - T_2)^2$ , l'argument du logarithme est supérieur à 1, on vérifie donc sans surprise :  $\boxed{S_c = \Delta S > 0}$  pour cette réaction irréversible.

### ThermoSup073. Énoncé de Kelvin (\*\*)

*A priori*, le système reçoit un travail  $W$  de l'extérieur et un transfert thermique  $Q$  d'une unique source de chaleur (thermostat) à la température  $T_0$ . Ces deux échanges thermiques sont algébriques.



Appliquons les deux principes de la thermodynamique **sur un cycle** à cette machine hypothétique :

→ Premier principe :  $0 = \Delta U = W + Q \Rightarrow W = -Q$ .

→ Second principe :  $0 = \Delta S = \frac{Q}{T_0} + S_c$  avec  $S_c \geq 0$

On en déduit  $Q \leq 0$  et finalement, d'après le premier principe,  $\boxed{W \geq 0}$ .

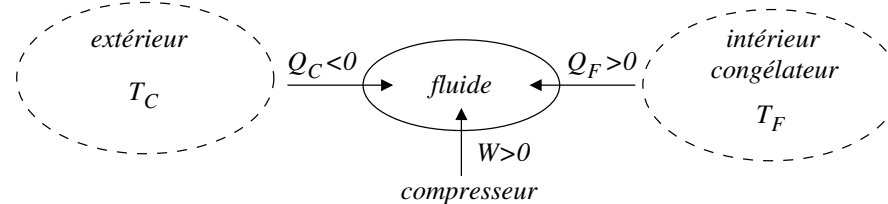
Comme  $W \geq 0$ , le système reçoit effectivement un travail de l'extérieur, **le système est donc nécessairement récepteur**, ce ne peut pas être un moteur ce qui prouve l'énoncé historique de Kelvin.

Ainsi une machine cyclique qui prendrait l'énergie thermique de la mer (en faisant des glaçons) pour en extraire un travail mécanique faisant avancer un navire ne peut exister.

Inversement un être humain est en général au contact d'une seule source de chaleur (l'atmosphère) et peut produire un travail mécanique, simplement l'être humain ne fonctionne pas de manière cyclique.

### ThermoSup074. Étude d'un congélateur (\*\*)

1. Commençons par faire un schéma des échanges thermiques pour ce congélateur :



L'évolution étant supposée réversible, on obtient sur un cycle :

$$0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \Leftrightarrow Q_c = -\frac{T_c}{T_f} \times Q_f$$

Application numérique :  $Q_c = -400 \times \frac{273 + 20}{273 - 19} \Rightarrow \boxed{Q_c = -461 \text{ kJ}}$ .

La pièce reçoit donc 461 kJ par heure.

2. Pour cette machine cyclique, le premier principe appliqué sur une heure conduit à :

$$0 = W + Q_f + Q_c \Leftrightarrow W = -Q_f - Q_c$$

Application numérique :  $W = 61,4 \text{ kJ}$ .

La puissance moyenne est le rapport de l'énergie fournie sur la durée :

$$\mathcal{P} = \frac{W}{T} = \frac{61,4 \times 10^3}{3600} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 17 \text{ W}}$$

Cette puissance peut sembler modeste mais il s'agit d'une valeur moyenne, en pratique le compresseur se met en route quelques fois par heure avec une puissance instantanée plus élevée.

3. L'efficacité est le rapport de l'énergie utile, ici  $Q_f$  (refroidir la source froide), par l'énergie coûteuse, ici  $W$  (le travail du compresseur) :

$$\eta = \frac{Q_f}{W} = \frac{400}{61,4} \Rightarrow \boxed{\eta = 6,5}$$

### ThermoSup031. Climatiseur et pseudo-sources (\*\*\*)

1. Le local cède un transfert  $\delta Q_1$  au fluide, le local reçoit donc  $-\delta Q_1$ ; l'application du premier principe au local lors de cette évolution conduit à :

$$\boxed{C dT = -\delta Q_1} \quad \text{relation (1)}$$

2. Sur un cycle élémentaire  $dS = 0$ ; le fluide échange  $\delta Q_1$  avec le local à  $T$  et  $\delta Q_2$  avec l'extérieur à  $T_0$ , la transformation étant réversible, on peut

appliquer l'égalité de Carnot-Clausius :

$$0 = dS = \frac{\delta Q_1}{T} + \frac{\delta Q_2}{T_0} \quad \text{relation (2)}$$

3. La relation (1) s'intègre immédiatement :

$$Q_1 = C(T_0 - T_1)$$

Comme  $T_0 > T_1$ ,  $Q_1 > 0$  le local cède un transfert thermique pour se refroidir.

On reporte la relation (1) dans la relation (2) pour en déduire :

$$\delta Q_2 = T_0 C \frac{dT}{T} \quad \text{donc} \quad Q_2 = CT_0 \ln \left( \frac{T_1}{T_0} \right)$$

4. En supposant que le fluide repasse par les mêmes états lors de chaque cycle élémentaire :  $\delta W + \delta Q_1 + \delta Q_2 = 0$

Ce qui donne pour l'ensemble du processus :

$$W = -Q_1 - Q_2 = C(T_1 - T_0) + CT_0 \ln \left( \frac{T_0}{T_1} \right) = 970 \text{ kJ}$$

5. On en déduit la puissance moyenne :

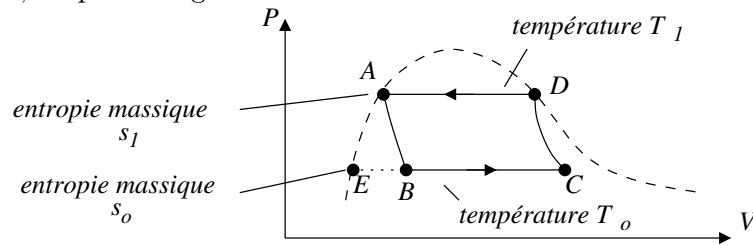
$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{970 \times 10^3}{3600} = 2,7 \times 10^2 \text{ W}$$

### ThermoSup063. Machine frigorifique (\*\*\*)

1. Lors d'un changement d'état à la température  $T$ , la variation d'entropie massique et la variation d'enthalpie massique sont reliées par :

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow 2}}{T}$$

La variation d'entropie est nulle entre  $A$  et  $B$ . L'entropie étant une fonction d'état, on peut imaginer un autre chemin menant de  $A$  à  $B$  :



$$0 = \Delta s_{AB} = \Delta s_{AE} + \Delta s_{EB} = (s_0 - s_1) + x_1 \times \frac{l_0}{T_0} \quad \Rightarrow \quad x_1 = \frac{T_0(s_1 - s_0)}{l_0}$$

La présence de  $x_1$  vient du fait que seule une partie du liquide se vaporise.

De la même manière, en décomposant la transformation isentropique de  $D$  à  $C$  :

$$0 = \Delta s_{DC} = \Delta s_{DA} + \Delta s_{AE} + \Delta s_{EC} = -\frac{l_1}{T_1} + (s_0 - s_1) + x_2 \times \frac{l_0}{T_0}$$

$$\text{C'est à dire : } x_2 = \frac{l_1}{l_0} \times \frac{T_0}{T_1} + \frac{T_0(s_1 - s_0)}{l_0}$$

2. Pour une évolution isobare, la variation d'enthalpie s'identifie au transfert thermique :

$$q_{BC} = \Delta h_{BC} = l_0(x_2 - x_1) = \frac{l_1 T_0}{l_0 T_1} \times l_0 \quad \Rightarrow \quad q_{BC} = l_1 \frac{T_0}{T_1}$$

$$q_{DA} = \Delta h_{DA} \quad \Rightarrow \quad q_{DA} = -l_1$$

Le signe « - » vient du fait que l'évolution de  $D$  à  $A$  est associée à une condensation et non à une vaporisation.

3. Les seuls échanges thermiques ont lieu durant les phases  $DA$  et  $BC$ , les autres évolutions étant des adiabatiques réversibles ; sur un cycle la somme des transferts thermiques et du travail doit être nul :

$$0 = w + q_{BC} + q_{DA} \quad \Rightarrow \quad w = l_1 \left( 1 - \frac{T_0}{T_1} \right)$$

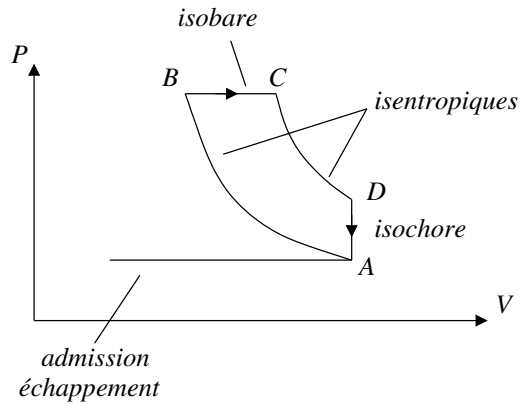
4. La source chaude est à la température  $T_1$  et la source froide à la température  $T_0$  ; l'efficacité de cette machine est le rapport du transfert thermique reçu de la source froide (l'énergie utile) sur le travail du compresseur (le coût) :

$$\eta = \frac{q_{BC}}{w} = \frac{l_1 T_0 / T_1}{l_1 (1 - T_0 / T_1)} \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{T_0}{T_1 - T_0}$$

Cette machine étant réversible (deux isothermes et deux isentropiques), on retrouve sans surprise le rendement de Carnot.

### ThermoSup056. Moteur Diesel (\*\*)

1. Allure du cycle :



2. En appelant  $W$  le travail reçu sur un cycle et  $Q_c$  le transfert thermique reçu de la source chaude, le rendement d'un moteur ditherme s'exprime selon :

$$r = \frac{-W}{Q_c} = \frac{Q_f + Q_c}{Q_c} = 1 + \frac{Q_f}{Q_c}$$

où l'on a appliqué le premier principe au système sur un cycle ( $0 = \Delta U = W + Q_c + Q_f$ ). Les évolutions  $AB$  et  $CD$  étant adiabatiques, on a nécessairement  $Q_c = Q_{BC}$  et  $Q_f = Q_{DA}$ .

L'évolution  $BC$  étant isobare, le premier principe conduit à :

$$Q_{BC} = \Delta H_{BC} = nC_{pm}(T_C - T_B) = n \frac{R\gamma}{\gamma - 1} (T_C - T_B)$$

L'évolution  $DA$  étant isochore, le premier principe conduit à :

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = nC_{vm}(T_A - T_D) = n \frac{R}{\gamma - 1} (T_A - T_D)$$

C'est à dire, pour le rendement :

$$r = 1 + \frac{1}{\gamma} \times \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

Il reste maintenant à exprimer les rapports de température en fonction des rapports de volume.

Les évolutions  $AB$  et  $CD$  sont des isentropiques ; pour un gaz parfait, on peut appliquer la loi de Laplace sous la forme :

$$T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \Rightarrow T_B = T_A \times \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = T_A \alpha^{\gamma-1}$$

$$T_D V_D^{\gamma-1} = T_C V_C^{\gamma-1} \Rightarrow T_D = T_C \times \left( \frac{V_C}{V_D} \right)^{\gamma-1} \underset{V_D=V_A}{=} T_C \frac{1}{\beta^{\gamma-1}}$$

Ce qui donne pour le rendement :  $r = 1 + \frac{1}{\gamma} \times \left[ \frac{T_A - T_C/\beta^{\gamma-1}}{T_C - T_A\alpha^{\gamma-1}} \right]$ .

La transformation  $BC$  étant isobare :  $T_C/V_C = T_B/V_B$ , en conséquence :

$$T_C = T_B \times \frac{V_C}{V_B} = T_B \times \frac{V_C}{V_A} \times \frac{V_A}{V_B} \Rightarrow T_C = T_B \times \frac{\alpha}{\beta} = T_A \times \frac{\alpha^\gamma}{\beta}$$

On reporte cette expression dans la formule du rendement :

$$r = 1 + \frac{1}{\gamma} \times \frac{1 - \alpha^\gamma/\beta^\gamma}{\alpha^\gamma/\beta - \alpha^{\gamma-1}} \Rightarrow r = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{\beta}{\alpha^\gamma} \frac{1 - \frac{\alpha^\gamma}{\beta^\gamma}}{1 - \frac{\beta}{\alpha}}$$

### ThermoSup081 - Machine réfrigérante (\*\*)

1. Positionnement des points :

- le point 1 est situé sur la courbe de saturation à la limite de la phase vapeur pour une température  $T = -10^\circ\text{C}$  ;
- la compression étant supposée isentropique, on se déplace verticalement pour atteindre le point 2 associé à l'isobare 15 bar ;
- le passage dans le condenseur se faisant à pression fixée, on suit l'isobare 15 bar qui se confond avec une isotherme horizontale dans la zone diphasée et ceci jusqu'à atteindre le point 3 sur la courbe de saturation ;
- la détente est alors isenthalpique, on suit une courbe bleue à enthalpie massique fixée pour rejoindre l'isotherme de l'évaporation et identifier le point 4.

	1	2	3	4
$P$ (bar)	2,2	15	15	2,2
$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	-10	68	58	-10
$h$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	345	382	260	260
$s$ ( $\text{kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$ )	1,56	1,56	1,19	1,23

2. En considérant les enthalpies massiques et les entropies massiques à la limite de la courbe de saturation, et sachant que pour un changement d'état

$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow 2}}{T_0}$ , on a donc :

$$\ell_v = h_v - h_l \quad \text{et} \quad \ell_v = T_0(s_v - s_l)$$

Pour une pression  $P_0 = 3,0$  bar, la température de changement d'état est  $T_0 \approx 273$  K, c'est à dire :

— à l'aide des enthalpies massiques :

$$l_v \approx 350 - 200 \Rightarrow \boxed{l_v \approx 1,5 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}};$$

— à l'aide des entropies massiques :

$$l_v \approx 273 \times (1,55 - 1,0) \Rightarrow \boxed{l_v \approx 1,5 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}};$$

3. Il y a conservation de l'enthalpie massique lors de l'évolution 3 → 4 :

$$h_3 = h_L(58^\circ\text{C}) = h_4 = (1 - x)h_L(-10^\circ\text{C}) + xh_v(-10^\circ\text{C})$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{h_L(58^\circ\text{C}) - h_L(-10^\circ\text{C})}{h_v(-10^\circ\text{C}) - h_L(-10^\circ\text{C})} = \frac{260 - 193}{345 - 193} \Rightarrow \boxed{x = 0,44}$$

4. Pour une machine frigorifique, il s'agit de maximiser  $q_f$ , transfert thermique massique reçu de la source froide, pour un travail massique reçu au niveau du compresseur  $w$ , c'est à dire :

$$\eta = \frac{q_f}{w}$$

Lors de la phase d'évaporation, en l'absence de travail mécanique utile le premier principe industriel appliqué au fluide conduit à :

$$q_f = h_1 - h_4$$

Lors de la phase de compression, en l'absence d'échange thermique, le premier principe industriel appliqué au fluide conduit à :

$$w = h_2 - h_1$$

$$\text{Finalement pour l'efficacité : } \eta = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = \frac{345 - 260}{382 - 345} \Rightarrow \boxed{\eta = 2,3}.$$

