

TD00 : thermodynamique première année (correction)**ThermoSup080. Compression (Adapté, oral ESM 2018, **)**

1. Les parois permettant les échanges thermiques, à l'état d'équilibre final :

$$T_f = T_0.$$

De plus l'équilibre mécanique final du piston impose $P_f = 2P_0$ (le poids du piston étant négligé vis à vis des forces de pression).

La loi des gaz parfaits assure alors $V_f = V_0/2$.

2. Pour un gaz parfait l'énergie interne molaire ne dépend à l'équilibre que de la température (première loi de Joule); comme $T_f = T_i = T_0$, $\Delta U = 0$ et donc $W = -Q$

Pour la première transformation brutale monobare $P_{ext} = 2P_0$:

$$W_1 = -2P_0 \times (V_f - V_i) = -2P_0 \times (V_0/2 - V_0) = P_0V_0 \Rightarrow W_1 = n_0RT_0$$

Et pour le transfert thermique $Q_1 = -nRT_0$.

Lors de la compression, le piston appuie sur le gaz qui reçoit un travail mécanique positif; lors de la compression, le gaz s'échauffe et le retour à l'équilibre thermique nécessite d'évacuer l'énergie thermique vers l'extérieur ($Q_1 < 0$).

Pour la seconde transformation, on peut supposer que le système évolue selon une suite de quasi-états d'équilibre, et que la transformation passe de monotherme à isotherme :

$$W_2 = - \int_{V_0}^{V_0/2} P dV = - \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{n_0RT_0}{V} dV \Rightarrow W_2 = n_0RT_0 \ln(2)$$

Et pour le transfert thermique : $Q_2 = -n_0RT_0 \ln(2)$.

Pour cette seconde transformation lente et proche à chaque fois d'un état d'équilibre, les échanges d'énergie sont réduits en valeur absolue.

3. Les états d'équilibres initial et final étant identiques pour les deux évolutions et l'entropie étant une fonction d'état, sa variation est la même pour les deux protocoles :

$$\Delta S = n_0R \ln\left(\frac{V_0/2}{V_0}\right) \Rightarrow \Delta S = -n_0R \ln(2)$$

Le système n'étant pas isolé, le signe de ΔS est arbitraire (négatif dans le cas présent).

On évalue alors l'entropie échangée :

$$\text{— premier protocole : } S_{e,1} = \frac{Q_1}{T_0} \Rightarrow S_{e,1} = -n_0R;$$

$$\text{— second protocole : } S_{e,2} = \frac{Q_2}{T_0} \Rightarrow S_{e,2} = -n_0R \ln(2).$$

Et pour l'entropie créée :

$$\text{— premier protocole : } S_{c,1} = \Delta S - S_{e,1} \Rightarrow S_{c,1} = n_0R [1 - \ln(2)] > 0;$$

$$\text{— second protocole : } S_{c,2} = \Delta S - S_{e,2} \Rightarrow S_{c,2} = 0.$$

On retrouve à la limite le caractère réversible de la transformation isotherme.

ThermoSup028. Équilibre eau-glace (*)

Pour que l'eau soit entièrement sous forme liquide il faut que toute la glace ait fondu; au minimum on doit donc avoir la totalité de l'eau à 0°C; si on apporte une plus grande énergie thermique la température finale sera supérieure à 0°C.

On considère le système total isolé constitué de l'eau et de la glace; pour ce système isolé, l'enthalpie se conserve (on confond enthalpie et énergie interne pour les phases condensées), il reste à utiliser l'extensivité de l'enthalpie en supposant à la limite une température finale $t_0 = 0^\circ\text{C}$:

$$0 = \Delta h = c_g(t_0 - t_1) + l_f + c_e(t_0 - t_2)$$

$$t_2 = t_0 + \frac{c_g(t_0 - t_1) + l_f}{c_e} = 0 + \frac{2,09 \times 20 + 334}{4,18} = 90^\circ\text{C}$$

ThermoSup058. Solides mis en contact ()**

1. On applique le premier principe de la thermodynamique pour le système constitué des deux blocs entre l'instant initial de mise en contact et l'instant final caractérisé par une température commune :

$$\Delta U = W + Q$$

Le système global étant isolé thermiquement de l'extérieur $Q = 0$. Pour des systèmes solides et supposés indéformables, on peut négliger le travail des forces de pression, donc $\Delta U = 0$

L'énergie interne est une grandeur extensive, on a donc :

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_1(T_F - T_1) + C_2(T_F - T_2) = 0 \Rightarrow T_F = \frac{C_1T_1 + C_2T_2}{C_1 + C_2}$$

2. Le système global étant isolé de l'extérieur : $\Delta S = S_e + S_c = S_c$ (pas d'entropie échangée).

On détermine la variation d'entropie à l'aide du caractère extensif de l'entropie et de la formule pour une phase condensée :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \Rightarrow \boxed{\Delta S = C_1 \ln\left(\frac{T_f}{T_1}\right) + C_2 \ln\left(\frac{T_f}{T_2}\right)}$$

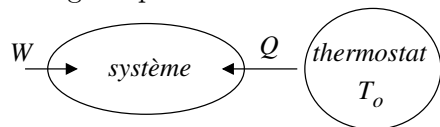
3. Pour $C = C_1 = C_2$, $T_F = (T_1 + T_2)/2$ et :

$$\Delta S = C \ln\left(\frac{T_f^2}{T_1 T_2}\right) = C \ln\left(\frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}\right)$$

$(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T_2 = T_1^2 + T_2^2 - 2 T_1 T_2 = (T_1 - T_2)^2$, l'argument du logarithme est supérieur à 1, on vérifie donc sans surprise : $\boxed{S_c = \Delta S > 0}$ pour cette réaction irréversible.

ThermoSup073. Énoncé de Kelvin (**)

A priori, le système reçoit un travail W de l'extérieur et un transfert thermique Q d'une unique source de chaleur (thermostat) à la température T_0 . Ces deux échanges thermiques sont algébriques.



Appliquons les deux principes de la thermodynamique **sur un cycle** à cette machine hypothétique :

→ Premier principe : $0 = \Delta U = W + Q \Rightarrow W = -Q$.

→ Second principe : $0 = \Delta S = \frac{Q}{T_0} + S_c$ avec $S_c \geq 0$

On en déduit $Q \leq 0$ et finalement, d'après le premier principe, $\boxed{W \geq 0}$.

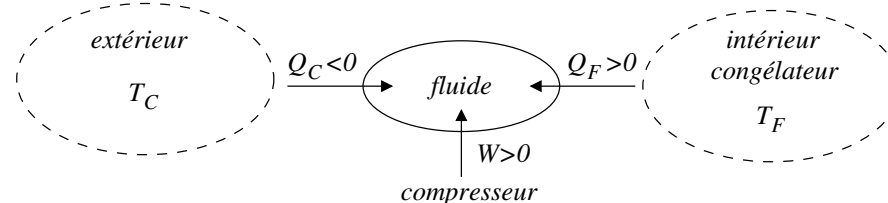
Comme $W \geq 0$, le système reçoit effectivement un travail de l'extérieur, **le système est donc nécessairement récepteur**, ce ne peut pas être un moteur ce qui prouve l'énoncé historique de Kelvin.

Ainsi une machine cyclique qui prendrait l'énergie thermique de la mer (en faisant des glaçons) pour en extraire un travail mécanique faisant avancer un navire ne peut exister.

Inversement un être humain est en général au contact d'une seule source de chaleur (l'atmosphère) et peut produire un travail mécanique, simplement l'être humain ne fonctionne pas de manière cyclique.

ThermoSup074. Étude d'un congélateur (**)

1. Commençons par faire un schéma des échanges thermiques pour ce congélateur :



L'évolution étant supposée réversible, on obtient sur un cycle :

$$0 = \frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_f}{T_f} \Leftrightarrow Q_c = -\frac{T_c}{T_f} \times Q_f$$

Application numérique : $Q_c = -400 \times \frac{273 + 20}{273 - 19} \Rightarrow \boxed{Q_c = -461 \text{ kJ}}$.

La pièce reçoit donc 461 kJ par heure.

2. Pour cette machine cyclique, le premier principe appliqué sur une heure conduit à :

$$0 = W + Q_f + Q_c \Leftrightarrow W = -Q_f - Q_c$$

Application numérique : $W = 61,4 \text{ kJ}$.

La puissance moyenne est le rapport de l'énergie fournie sur la durée :

$$\mathcal{P} = \frac{W}{T} = \frac{61,4 \times 10^3}{3600} \Rightarrow \boxed{\mathcal{P} = 17 \text{ W}}$$

Cette puissance peut sembler modeste mais il s'agit d'une valeur moyenne, en pratique le compresseur se met en route quelques fois par heure avec une puissance instantanée plus élevée.

3. L'efficacité est le rapport de l'énergie utile, ici Q_f (refroidir la source froide), par l'énergie coûteuse, ici W (le travail du compresseur) :

$$\eta = \frac{Q_f}{W} = \frac{400}{61,4} \Rightarrow \boxed{\eta = 6,5}$$

ThermoSup031. Climatiseur et pseudo-sources (***)

1. Le local cède un transfert δQ_1 au fluide, le local reçoit donc $-\delta Q_1$; l'application du premier principe au local lors de cette évolution conduit à :

$$\boxed{C dT = -\delta Q_1} \quad \text{relation (1)}$$

2. Sur un cycle élémentaire $dS = 0$; le fluide échange δQ_1 avec le local à T et δQ_2 avec l'extérieur à T_0 , la transformation étant réversible, on peut

appliquer l'égalité de Carnot-Clausius :

$$0 = dS = \frac{\delta Q_1}{T} + \frac{\delta Q_2}{T_0} \quad \text{relation (2)}$$

3. La relation (1) s'intègre immédiatement :

$$Q_1 = C(T_0 - T_1)$$

Comme $T_0 > T_1$, $Q_1 > 0$ le local cède un transfert thermique pour se refroidir.

On reporte la relation (1) dans la relation (2) pour en déduire :

$$\delta Q_2 = T_0 C \frac{dT}{T} \quad \text{donc} \quad Q_2 = CT_0 \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right)$$

4. En supposant que le fluide repasse par les mêmes états lors de chaque cycle élémentaire : $\delta W + \delta Q_1 + \delta Q_2 = 0$

Ce qui donne pour l'ensemble du processus :

$$W = -Q_1 - Q_2 = C(T_1 - T_0) + CT_0 \ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right) = 970 \text{ kJ}$$

5. On en déduit la puissance moyenne :

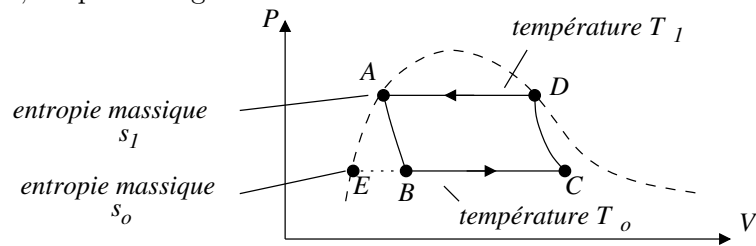
$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{970 \times 10^3}{3600} = 2,7 \times 10^2 \text{ W}$$

ThermoSup063. Machine frigorifique (***)

1. Lors d'un changement d'état à la température T , la variation d'entropie massique et la variation d'enthalpie massique sont reliées par :

$$\Delta s_{1 \rightarrow 2} = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow 2}}{T}$$

La variation d'entropie est nulle entre A et B . L'entropie étant une fonction d'état, on peut imaginer un autre chemin menant de A à B :



$$0 = \Delta s_{AB} = \Delta s_{AE} + \Delta s_{EB} = (s_0 - s_1) + x_1 \times \frac{l_0}{T_0} \Rightarrow x_1 = \frac{T_0(s_1 - s_0)}{l_0}$$

La présence de x_1 vient du fait que seule une partie du liquide se vaporise.

De la même manière, en décomposant la transformation isentropique de D à C :

$$0 = \Delta s_{DC} = \Delta s_{DA} + \Delta s_{AE} + \Delta s_{EC} = -\frac{l_1}{T_1} + (s_0 - s_1) + x_2 \times \frac{l_0}{T_0}$$

$$\text{C'est à dire : } x_2 = \frac{l_1}{l_0} \times \frac{T_0}{T_1} + \frac{T_0(s_1 - s_0)}{l_0}$$

2. Pour une évolution isobare, la variation d'enthalpie s'identifie au transfert thermique :

$$q_{BC} = \Delta h_{BC} = l_0(x_2 - x_1) = \frac{l_1 T_0}{l_0 T_1} \times l_0 \Rightarrow q_{BC} = l_1 \frac{T_0}{T_1}$$

$$q_{DA} = \Delta h_{DA} \Rightarrow q_{DA} = -l_1$$

Le signe « - » vient du fait que l'évolution de D à A est associée à une condensation et non à une vaporisation.

3. Les seuls échanges thermiques ont lieu durant les phases DA et BC , les autres évolutions étant des adiabatiques réversibles ; sur un cycle la somme des transferts thermiques et du travail doit être nul :

$$0 = w + q_{BC} + q_{DA} \Rightarrow w = l_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1} \right)$$

4. La source chaude est à la température T_1 et la source froide à la température T_0 ; l'efficacité de cette machine est le rapport du transfert thermique reçu de la source froide (l'énergie utile) sur le travail du compresseur (le coût) :

$$\eta = \frac{q_{BC}}{w} = \frac{l_1 T_0 / T_1}{l_1 (1 - T_0 / T_1)} \Rightarrow \eta = \frac{T_0}{T_1 - T_0}$$

Cette machine étant réversible (deux isothermes et deux isentropiques), on retrouve sans surprise le rendement de Carnot.

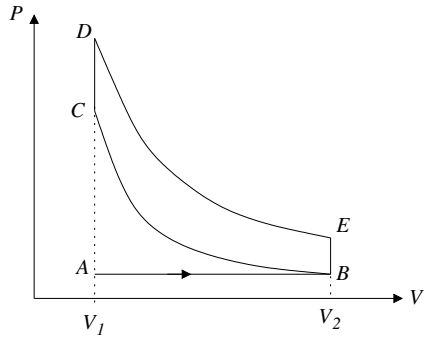
ThermoSup078. Moteur à combustion (CCP, PSI, 2018, **)

1. D'après les données, partant du volume minimal V_1 (point mort haut), le cylindre augmente d'un volume $V_{\text{cyl.}}/3$ pour arriver au volume maximal $V_2 = 11V_1$ (point mort bas), en conséquence :

$$V_1 + \frac{V_{\text{cyl.}}}{3} = V_2 = 11V_1 \Leftrightarrow V_1 = \frac{V_{\text{cyl.}}}{30} = \frac{1199}{30} \Rightarrow V_1 = 40,0 \text{ cm}^3$$

Et donc pour le volume maximal : $V_2 = 440 \text{ cm}^3$, c'est à dire des valeurs compatibles avec le tableau de l'énoncé.

2. Allure du cycle :



Lors de l'admission, on observe une légère baisse de pression. La compression rapide à l'échelle des échanges thermiques peut être supposée adiabatique mais le caractère réversible est en fait une approximation. Lors de l'explosion, le volume commence à augmenter avant la fin de l'échauffement et l'évolution n'est donc pas rigoureusement isochore.

3. Pour l'évolution adiabatique réversible d'un gaz parfait, on applique la relation de Laplace :

$$P_C = P_B \times \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^\gamma = 1,0 \times (11)^{1,4} \Rightarrow \boxed{P_C = 28,7 \text{ bar} \simeq 29 \text{ bar}}$$

En appliquant la loi des gaz parfaits à nombre de moles fixé entre B et C, on en déduit :

$$T_C = T_B \times \frac{P_C V_C}{P_B V_B} = 300 \times \frac{28,7 \times 40}{1 \times 440} \Rightarrow \boxed{T_C = 7,8 \times 10^2 \text{ K}}$$

Et de même entre C et D :

$$P_D = \frac{P_C V_C}{V_D} \times \frac{T_D}{T_C} = \frac{28,7 \times 40}{40} \times \frac{2820}{783} \Rightarrow \boxed{P_D = 104 \text{ bar}}$$

4. On applique le premier principe pour cette évolution adiabatique :

$$\Delta U_{BC} = Q_{BC} + W_{BC} = W_{BC} \Rightarrow W_{BC} = nC_{vm}(T_C - T_B)$$

avec $C_{vm} = \frac{R}{\gamma - 1}$, en conclusion :

$$W_{BC} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_B) \Rightarrow \boxed{W_{BC} = \frac{P_C V_C - P_B V_B}{\gamma - 1}}$$

Application numérique :

$$W_{BC} = \frac{(28,7 \times 40 - 1,0 \times 440) \times 10^5 \times 10^{-6}}{0,40} \Rightarrow \boxed{W_{BC} = 177 \text{ J}}$$

5. Pour l'évolution isochore :

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_D - T_C) \Rightarrow \boxed{Q_{CD} = \frac{P_D V_D - P_C V_C}{\gamma - 1}}$$

Application numérique :

$$Q_{CD} = \frac{(104 - 28,7) \times 40 \times 10^5 \times 10^{-6}}{0,40} \Rightarrow \boxed{Q_{CD} = 753 \text{ J}}$$

6. Le rendement thermodynamique est donné par :

$$R_{dt} = \frac{-W}{Q_C} = \frac{Q_F + Q_C}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C} \Rightarrow R_{dt} = 1 - \frac{|Q_{EB}|}{Q_{CD}}$$

$$R_{dt} = 1 - \frac{328}{753} \Rightarrow \boxed{R_{dt} = 44\%}$$

7. Dans le cas d'un cycle de Carnot (Cf. cours) : $r_{Carnot} = 1 - \frac{T_{fr}}{T_{ch}}$.

$$\text{Application numérique : } r_{Carnot} = 1 - \frac{300}{2820} \Rightarrow \boxed{r_{Carnot} = 0,89}$$

Le rendement thermodynamique réel avec les évolutions isobares non réversibles est bien évidemment inférieur au rendement de Carnot.

8. La puissance annoncée de 82 ch correspond à $82 \times 735,4 = 60,3 \text{ kW}$.

Sur un cycle, le travail fourni : $W_{meca} = |W_{DE}| - W_{BC} = 596 - 177 = 419 \text{ J}$.
Le régime moteur de 5750 tr/min correspond à 95,8 tr/s soit 47,9 cycles/s, c'est à dire une puissance par cylindre :

$$\mathcal{P} = 47,9 \times 419 = 20,07 \text{ kW}$$

Compte tenu de la présence de trois cylindres : $\boxed{\mathcal{P}_{max} = 60,2 \text{ kW}}$.

La valeur obtenue est compatible avec la puissance annoncée.

9. 3600 tr/min correspondent à 30 cycles/s. Pour une distance $d = 100 \text{ km}$ parcourue à une vitesse $v = 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, cela correspond à un nombre de cycles :

$$N = 30 \times \frac{100}{130} \times 3600 = 83,1 \times 10^3 \text{ cycles}$$

Compte tenu des trois cylindres, ce nombre de cycles nécessite une énergie libérée au niveau de la source chaude :

$$\mathcal{E}_{tot} = 3 \times N \times Q_{CD} = 3 \times 83077 \times 753 = 188 \text{ MJ}$$

La combustion de l'octane libère une énergie molaire $E_m = 5068 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$; connaissant la masse molaire M et la masse volumique ρ de l'octane, on obtient le volume V d'octane nécessaire pour effectuer 100 km via la masse m :

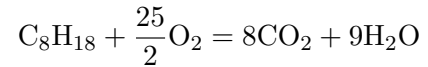
$$V = \frac{m}{\rho} \quad \text{avec} \quad m = \frac{\mathcal{E}_{tot}}{E_m} \times M$$

$$V = \frac{\mathcal{E}_{tot} \times M}{\rho \times E_m} = \frac{188 \times 10^6 \times 0,114}{0,72 \times 5,068 \times 10^6} \Rightarrow \boxed{V = 5,9 \text{ L}}$$

Cette valeur est compatible avec l'essai du magazine « Auto plus ».

L'énergie libérée nécessite : $n_{octane} = \frac{\mathcal{E}_{tot}}{E_m} = \frac{188 \times 10^6}{5,068 \times 10^6} = 37,1$ moles.

La réaction de combustion de l'octane s'écrit :



On en déduit la masse de dioxyde de carbone libérée pour 100 km :

$$m_{\text{CO}_2} = 8 \times n_{octane} \times M_{\text{CO}_2} = 8 \times 37,1 \times 44 = 13 \text{ kg}$$

C'est à dire $\boxed{130 \text{ g/km}}$ ce qui semble, en ordre de grandeur, compatible avec la valeur proposée bien que supérieure de 30% à la valeur constructeur en rapport avec une consommation d'essence plus faible que le test du magazine « Auto Plus ».