

La première partie du sujet s'intéresse à la détection des planètes extra-solaires. La seconde partie revient sur quelques notions de chimie de première année : structure des molécules et cinétique chimique.

Planètes extra-solaire et exo-biologie (ENS BCPST 2015)

Premier problème : planètes extra-solaires et exo-biologie

Depuis l'observation, en 1995, par M. Mayor et ses collaborateurs, de la première planète extra-solaire, c'est-à-dire d'une planète située en dehors de notre système solaire et orbitant autour d'une autre étoile que le Soleil, plus d'un millier d'autres planètes extra-solaires ont été découvertes. Ce domaine d'astrophysique est devenu très actif et est notamment motivé par la possibilité de plus en plus réaliste d'observer un jour des planètes ressemblant à la Terre et susceptibles d'héberger une forme de vie. Ce problème présente quelques méthodes utilisées pour la recherche de tels systèmes.

Données.

- Constante de PLANCK : $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- Constante gravitationnelle : $\mathcal{G} = 6,7 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Constante de STEFAN-BOLTZMANN : $\sigma = 5,7 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
- Constante universelle des gaz parfaits : $\mathcal{R} = 8,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- Distance Terre-Soleil : $R_{TS} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$
- Distance Mars-Soleil : $R_{MS} = 2,3 \times 10^{11} \text{ m}$
- Distance Jupiter-Soleil : $R_{JS} = 7,8 \times 10^{11} \text{ m}$
- Masse du Soleil : $M_{\star} = 2,0 \times 10^{30} \text{ kg}$; de la Terre : $m_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Rayon de la Terre : $r_T = 6,4 \times 10^6 \text{ m}$; de Jupiter : $r_J = 6,9 \times 10^7 \text{ m}$; du Soleil : $r_{\star} = 7,0 \times 10^8 \text{ m}$
- Température (de surface) de la Terre : $T_T = 300 \text{ K}$; du Soleil : $T_{\star} = 5700 \text{ K}$
- Masse molaire du dioxygène : $\mu_{O_2} = 32 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

I Détection d'une planète extra-solaire.

I.A Troisième loi de Kepler.

Une planète de masse m_p tourne autour d'une étoile de masse M_e selon une orbite circulaire (figure (1)). Dans la mesure où $m_p \ll M_e$, on considère, dans un premier temps, que l'étoile demeure immobile. On souhaite établir la loi de Kepler qui lie la période de révolution \mathcal{T} de la planète autour de l'étoile à la distance R qui les sépare.

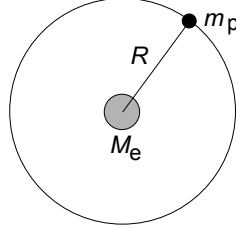


Figure 1 – Planète de masse m_p tournant autour d'une étoile de masse M_e , selon une orbite circulaire.

Pour décrire ce mouvement plan, circulaire, on adoptera un repère polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ dont l'origine coïncide avec le centre de l'étoile.

1. Donner l'expression de la force $\vec{F}_{e/p}$ qui s'applique sur la planète, de la part de l'étoile.
2. Montrer que l'accélération de la planète est radiale et de module $R\omega^2$, où ω est la vitesse angulaire de rotation de cette planète autour de l'étoile.
3. Établir enfin la relation :

$$\frac{\mathcal{T}^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_e} \quad (1)$$

4. Calculer la valeur de la période de révolution de la Terre, de Mars puis de Jupiter, autour du Soleil.

I.B Détection par la méthode des transits.

Du fait de la très grande différence de brillance entre une étoile et chacune de ses planètes, il est très difficile de détecter leur présence par leur observation directe. La plupart des méthodes de détection de planètes extra-solaires employées jusqu'aujourd'hui sont des méthodes indirectes où c'est la lumière provenant de l'étoile qui est détectée. L'une d'elles est la méthode des transits qu'illustre la figure (2). Le flux d'énergie lumineuse Φ (unité : W), provenant de l'étoile de rayon r_e et détecté par le télescope d'observation, diminue lorsque la planète de rayon r_p transite devant elle, en l'éclipsant partiellement.

5. Le plan de l'orbite de la planète et le plan d'observation forment un angle β (figure (2)). Un transit a ainsi une durée qui dépend du paramètre b représentant l'élévation de la trajectoire de la planète par rapport au plan d'observation, à son apogée.
 - a) En négligeant l'effet de bord où la planète n'est que partiellement superposée au disque stellaire, établir que la durée d'un transit s'exprime :

$$\tau(b) = \tau_e \sqrt{1 - \left(\frac{b}{r_e}\right)^2}, \quad (2)$$

où τ_e est la durée de l'éclipse la plus longue (pour $b = 0$).

- b) Représenter graphiquement le rapport τ/τ_e , en fonction de b/r_e .
Montrer que plus de la moitié des trajectoires produisant une éclipse ont une durée d'éclipse supérieure à 80% de la durée τ_e .

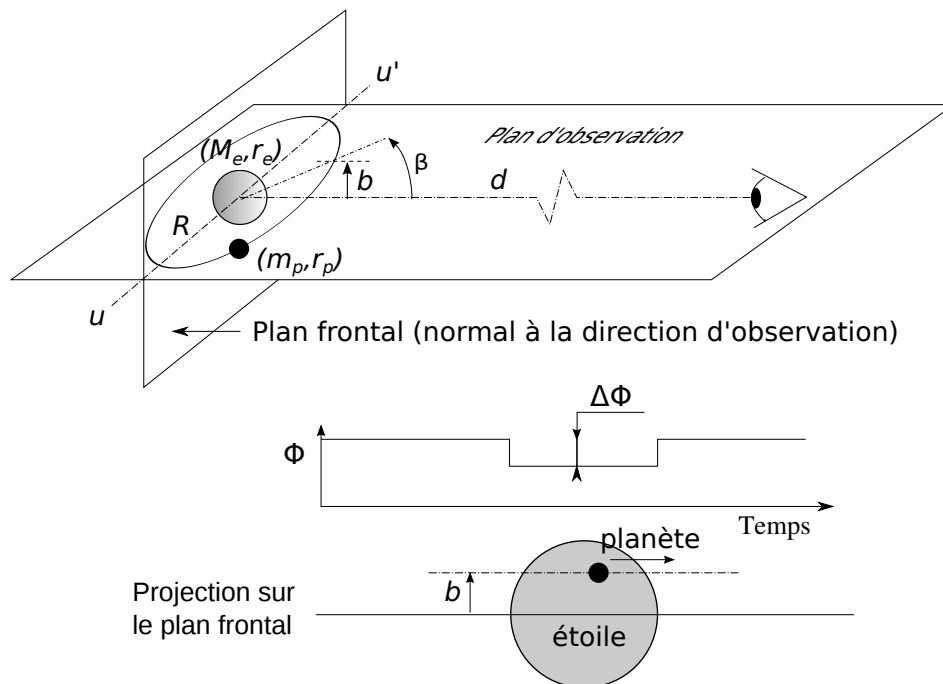


Figure 2 – Illustration du transit d’une planète devant une étoile. La droite (u, u') représente l’intersection du plan de l’orbite avec le plan d’observation.

6. En négligeant encore l’effet de bord, montrer que τ_e s’écrit :

$$\tau_e = 2r_e \sqrt{\frac{R}{\mathcal{G}M_e}} \quad (3)$$

7. Toujours pour l’éclipse la plus longue, exprimer la durée τ_p de la phase transitoire que nous avons négligée dans les questions précédentes.
8. Préciser à quelle condition τ_p reste dominée par τ_e .
9. Exprimer la variation relative de flux d’énergie lumineuse $\Delta\Phi/\Phi$, en fonction de r_e et r_p .
10. Calculer les valeurs de τ_e , τ_p et $\Delta\Phi/\Phi$, pour un transit de la Terre, puis de Jupiter, devant le Soleil, observé depuis un autre système stellaire.
11. Quelles pourraient être les autres causes de variations du flux lumineux provenant de l’étoile ?
12. Quelles propriétés des transits permettent leur identification parmi ces perturbations ?

I.C Détection par décalage Doppler.

Bien que $m_p \ll M_e$, l’étoile n’est toutefois pas strictement immobile. Une seconde méthode indirecte de détection de la présence de planète gravitant autour d’une étoile consiste alors à observer le mouvement de l’étoile autour du centre de gravité Q du système étoile-planète. Ce système est illustré figure (3).

13. Déterminer le rayon q de l’orbite de l’étoile autour du centre de gravité Q , en fonction de M_e , m_p et de la distance R étoile-planète.
14. En supposant que la relation établie à la question (3) demeure applicable, déterminer la vitesse tangentielle v de l’étoile, en fonction des masses de l’étoile et de la planète, de la distance R qui les sépare et de la constante gravitationnelle.
15. La composante v_a de la vitesse de l’étoile selon l’axe d’observation se déduit du décalage Doppler subi par les radiations provenant de l’étoile. Leur spectre présente alors l’aspect de celui illustré figure (4). Il y apparaît des raies d’absorption, bien identifiables, dues aux éléments formant la couche externe de l’étoile. Ces raies sont ensuite comparées à des raies étalons les plus proches.

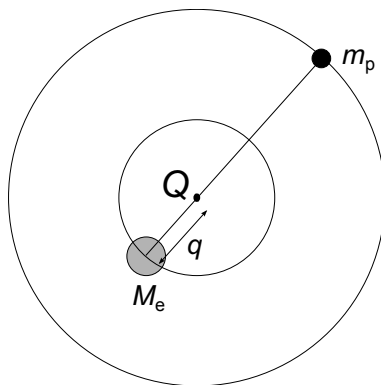


Figure 3 – Trajectoires de l'étoile et de la planète autour de leur centre de gravité Q .

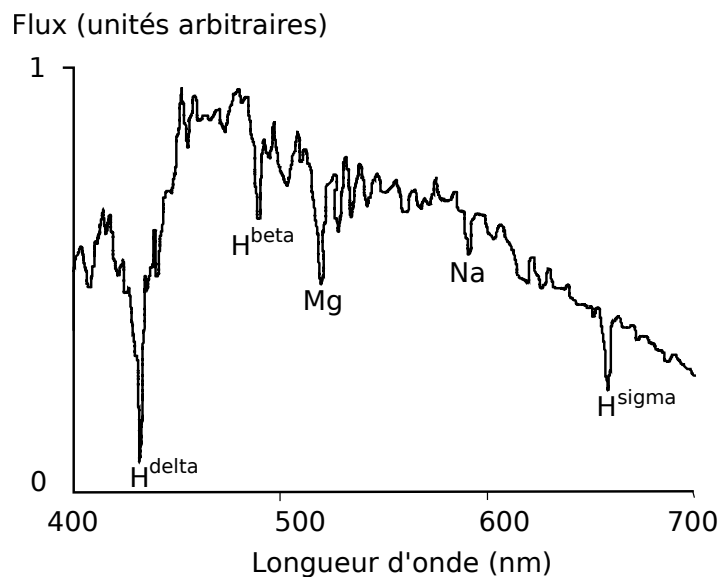


Figure 4 – Spectre d'émission de l'étoile.

- a) Pour une raie, située à la longueur d'onde λ_0 si l'étoile était immobile (source étalon du laboratoire), et à λ_a lorsqu'elle a une vitesse axiale apparente v_a , établir l'expression du décalage Doppler (non relativiste) $\Delta\lambda \equiv \lambda_a - \lambda_0$. Nous convenons que la vitesse v_a est comptée positivement dans le sens observateur-étoile.
- b) Exprimer le rapport v_a/c en fonction de $\Delta\lambda/\lambda_0$.
- c) Un décalage vers le rouge signifie-t-il que l'étoile s'éloigne ou se rapproche de l'observateur ?

16. Application.

- a) Pour les systèmes Terre-Soleil, puis Jupiter-Soleil, observés depuis un autre système stellaire selon un axe d'observation situé dans le plan des orbites, calculer les valeurs de q , v et de l'amplitude maximale de variation de λ_a sur une orbite.
- b) La détection du mouvement d'une étoile *via* des mesures spectroscopiques usuelles (par exemple, comme celles effectuées lors des séances de travaux pratiques) semble-t-elle aisée ?
- c) L'approximation non relativiste adoptée *a priori* pour le calcul du décalage Doppler apparaît-elle fondée ?

II Recherche de vie sur des planètes extra-solaires.

La vie se caractérise par sa capacité à stocker de l'information, à la répliquer tout en pouvant muter pour évoluer en s'adaptant à l'environnement. Elle est basée sur la chimie du carbone dont la richesse dépasse de beaucoup celle de tous les autres éléments chimiques connus. Cette richesse repose en grande partie sur les possibilités, en solution aqueuse, d'adopter des conformations tri-dimensionnelles rigides et réactives en regroupant ou en ségréant des groupements hydrophiles ou hydrophobes. Même si on ne peut pas exclure l'éventualité d'autres voies chimiques ayant donné naissance à d'autres formes de vie, on peut s'interroger sur la possibilité que la vie basée sur la chimie du carbone en présence d'eau liquide soit apparue ailleurs que sur Terre.

II.A Limites de la zone habitable.

On définit la zone habitable comme étant la région des orbites de planètes pouvant présenter de l'eau sous forme liquide.

17. Température minimale.

- a) Représenter le diagramme de phase de l'eau (température T en abscisse et pression P en ordonnée).
- b) Définir le point triple. Pour l'eau, ses coordonnées sont : ($T_t = 273,16$ K, $P_t = 611$ Pa).
- c) Préciser les propriétés de la pente de la courbe de fusion et justifier que l'on peut considérer que ce changement d'état s'opère à température fixée que l'on précisera.
- d) En déduire la température minimale T_{min} d'une planète dans la zone habitable.

18. Température de la planète.

On considère l'étoile et la planète comme des corps sphériques de températures (de surface) respectives T_e et T_p . On admet que chacun de ces corps rayonne un flux d'énergie lumineuse isotrope qui, intégré sur toute leur surface et sur tout leur spectre d'émission, s'exprime :

$$\Phi_{tot} = 4\pi r^2 \sigma T^4 \text{ (unité :W) ,} \quad (4)$$

où T est la température absolue du corps considéré, r son rayon et σ une constante dont la valeur est indiquée dans les données.

- a) Déterminer le flux d'énergie lumineuse $\Phi_{e/p}$ rayonné par l'étoile et reçu par la planète (on suppose qu'elle l'absorbe totalement).
 - b) On suppose que la planète possède une atmosphère où les vents sont suffisants pour uniformiser la température entre la face éclairée par l'étoile et la face sombre. Exprimer, dans ces conditions, le flux d'énergie lumineuse $\Phi_{tot,p}$ rayonné par la planète.
 - c) En négligeant les éventuelles sources de chaleur internes à la planète, déterminer enfin sa température T_p .
19. La borne supérieure T_{max} de la température de la zone habitable est plus difficile à définir. Pour simplifier, on la choisira ici égale à 363 K (soit 90 °) (au-delà, dans une large gamme de pression, la plupart des molécules organiques se dégradent). Exprimer les bornes inférieure R_{min} et supérieure R_{max} , de la distance R , délimitant la zone habitable autour de l'étoile.
20. Calculer ces bornes pour le système solaire. On les exprimera en unité de distance Terre-Soleil (aussi appelée ua, pour "unité astronomique").

Architecture moléculaire (CCP, PSI, 2012, extrait)

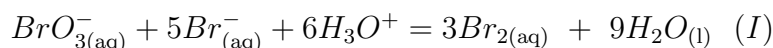
1. On considère les éléments : H , C et O . Préciser la structure électronique de ces atomes dans leur état fondamental.
2. En déduire les représentations de Lewis et les géométries des molécules de H_2O et CO_2 .
3. Ces molécules sont-elles polaires ? Préciser par un schéma le sens et la direction du moment dipolaire éventuel \vec{p} de chaque molécule.

Données : $Z(H) = 1$, $Z(C) = 6$; $Z(O) = 8$.

Cinétique chimique (Mines-Ponts, PSI, 2012 extrait)

Données : couples redox Br_2/Br^- , BrO_3^-/Br_2 .

Le dibrome peut être synthétisé en faisant réagir du bromate de sodium ($NaBrO_3$) et du bromure de sodium ($NaBr$). L'équation de réaction est la suivante :



1. Comment s'appelle ce type de réaction d'oxydoréduction ?
2. Écrire les demi-équations électroniques relatives aux deux couples redox intervenant dans la réaction (I).

On se propose de déterminer les ordres partiels de réaction. On notera respectivement a , b et c les ordres partiels des espèces $BrO_3^-_{(aq)}$, $Br^-_{(aq)}$ et H_3O^+ , et k la constante de vitesse de la réaction. On considérera que les ordres restent inchangés tout au long de la réaction.

3. Exprimer la vitesse volumique de la réaction en fonction des concentrations des espèces considérées, des ordres partiels et de la constante de vitesse.

Une première expérience est réalisée à $0^\circ C$ à partir des concentrations initiales suivantes : $[BrO_3^-]_0 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$; $[Br^-]_0 = 1,4 \times 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$; $[H_3O^+]_0 = 1,0 \cdot 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1}$.

L'évolution de la concentration en BrO_3^- en fonction du temps est représentée sur la figure (3) ci-dessous :

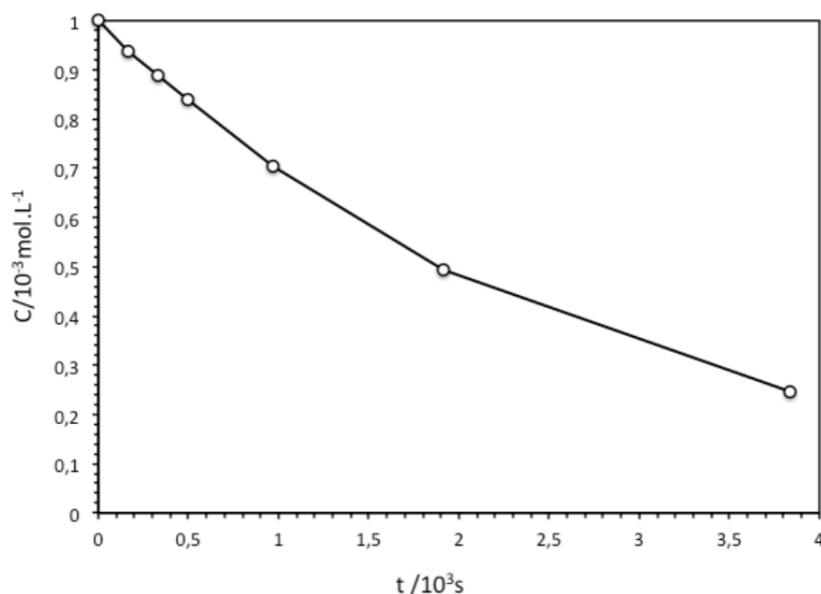


Figure 3 : Evolution de la concentration en ions bromate (mmol.L^{-1}) en fonction du temps (10^3s)

4. Commenter les concentrations choisies pour réaliser cette expérience. Quelle approximation peut-on effectuer ? Sous quelle forme peut-on simplifier l'expression de la vitesse volumique de la réaction donnée à la question précédente ?
5. Définir et déterminer le temps de demi-réaction relatif aux ions bromate.

6. Rappeler la relation reliant la concentration en ions bromate et le temps dans le cas où la réaction est d'ordre 1 par rapport aux ions bromate. Même question si la réaction est d'ordre 2 par rapport aux ions bromate.
7. En vous servant des figures (4) et (5) ci-après, en déduire l'ordre partiel de la réaction par rapport aux ions bromate. Justifier.

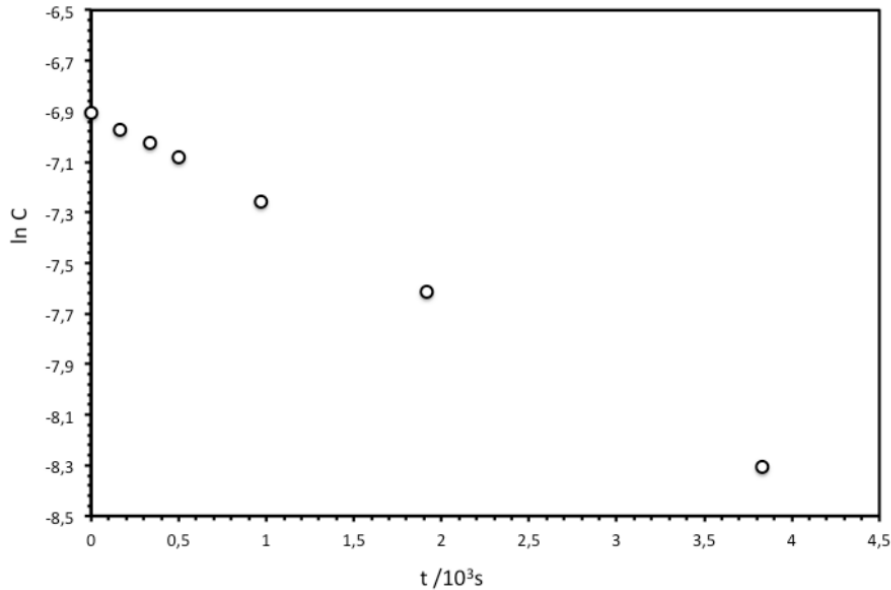


Figure 4 : Évolution du logarithme de la concentration en ions bromate en fonction du temps (10^3 s).

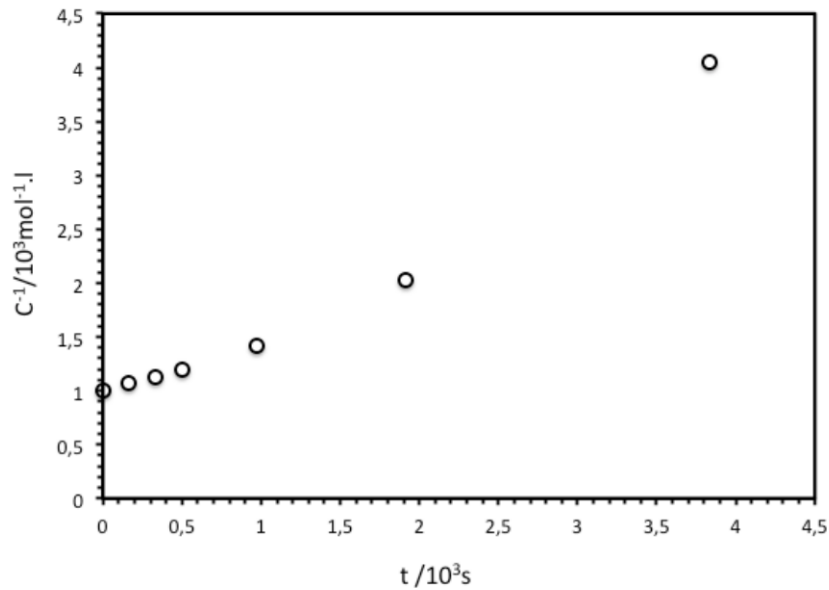


Figure 5 : Évolution de l'inverse de la concentration en ions bromate en fonction du temps (10^3 s).

Plusieurs autres expériences ont été réalisées à 0°C pour une même concentration initiale en ions bromate $[\text{BrO}_3^-]_0 = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et pour des concentrations variables en ions bromure et oxonium. Dans chaque expérience, la vitesse initiale a été déterminée. Les résultats sont rassemblés dans le tableau suivant :

| Expériences | $[\text{Br}^-]_0$ (mol/L) | $[\text{H}_3\text{O}^+]_0$ (mol/L) | Vitesse initiale (mol/L/s) |
|-------------|---------------------------|------------------------------------|----------------------------|
| N°1 | 0,10 | 0,10 | $4,1 \times 10^{-5}$ |
| N°2 | 0,15 | 0,10 | $6,2 \times 10^{-5}$ |
| N°3 | 0,10 | 0,20 | $16,4 \times 10^{-5}$ |

8. Déterminer l'ordre partiel par rapport aux ions bromure et l'ordre partiel par rapport aux ions H_3O^+ .