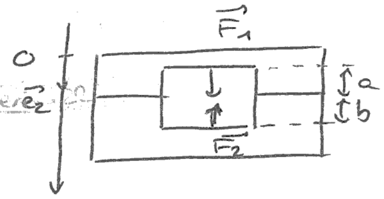
Exercice 1 – Flottation à une interface.



1. * <u>Système</u> Bloc d'acier

* <u>Référentiel</u> Terrestre supposé galiléen

* <u>Bilan des forces</u>

   - Forces de pression $\vec{F_1} = P_1 S \vec{e_z}$

     $\vec{F_2} = -P_2 S \vec{e_z}$

   - Poids $\vec{P} = mg\vec{e_z} = (a+b) S d_A \rho_{eau} g \vec{e_z}$

* <u>Principe fondamental de la statique</u>

$P_2 = P_1 + \rho_{eau} g a + d_M \rho_{eau} g b$

* <u>PFD</u> $\vec{0} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{P}$

$\Leftrightarrow P_1 S - (P_1 + \rho_{eau} g a + d_M \rho_{eau} g b) S + (a+b) S d_A \rho_{eau} g = 0$

$\Leftrightarrow - a - d_M b + (a+b) d_A = 0$

$\Leftrightarrow (a+b) d_A = a + d_M b$

$\Leftrightarrow (d_A - 1) a = (d_M - d_A) b \Leftrightarrow \boxed{\dfrac{b}{a} = \dfrac{d_A - 1}{d_M - d_A}}$

2. <u>AN</u> $\dfrac{b}{a} = 1{,}33$

Exercice 2 - Densimètre

1. * Système : Densimètre

* Réf Terrestre supposé

* BdF $\begin{cases} \text{Poids } \vec{P} = m\vec{g} \\ \text{Poussée d'Archimède } \vec{\Pi} = -\rho_1 V_{immergé}\, \vec{g} = -\rho_1 (V + n_1 v)\, \vec{g} \end{cases}$

* PFD $\vec{a} = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{m = \rho_1 (V + n_1 v)}$

* BdF $\begin{cases} \text{Poids } \vec{P} = m\vec{g} \\ \text{Poussée d'Archimède } \vec{\Pi} = -\rho_0 V \vec{g} \end{cases}$

* PFD $\vec{a} = \vec{0}$

$\Rightarrow \boxed{m = \rho_0 V}$

* On obtient alors $\rho_0 V = \rho_1 (V + n_1 v) \Leftrightarrow \boxed{v = \left(\frac{\rho_0 - \rho_1}{\rho_1}\right) \frac{V}{n_1}}$

· AN $v = \left(\frac{0{,}28}{0{,}72}\right) \times \frac{\frac{4}{3}\pi\, 12^3}{80} = \underline{35{,}2 \text{ mm}^3}$

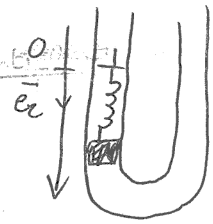
$v = \ell \pi r^2 \Rightarrow \boxed{\ell = \frac{v}{\pi r^2}}$ AN $\underline{\ell = 2{,}8 \text{ mm}}$

* Ici, $\rho_b (V + n_2 v) = \rho_0 V \Leftrightarrow \boxed{d = \frac{\rho_b}{\rho_0} = \frac{1}{1 + \frac{n_2 v}{V}}}$ AN $\underline{d = 0{,}88}$

Exercice 3 - Densimètre à ressort

1. * Système M

* Référentiel Terrestre supposé galiléen



* BdF $\vec{P} = M\vec{g} = Mg\vec{e_z}$

$\vec{F} = -k\Delta l_0 \vec{e_z}$

* PFD $\vec{0} = \vec{F} + \vec{P} \Leftrightarrow Mg - k\Delta l_0 = 0 \Leftrightarrow \boxed{\Delta l_0 = \frac{Mg}{k}}$

2. 2.1 * BdF $\vec{P} = Mg\vec{e_z}$

$\vec{F} = -k(\Delta l_0 - \Delta l)\vec{e_z}$

$\vec{F_p} = -P_M S\vec{e_z} + P_0 S\vec{e_z}$ avec $\begin{cases} P_0 \text{ la pression atmosphérique} \\ P_M \text{ la pression sous le bouchon.} \end{cases}$

2.2 $\frac{dp}{dz} = +\rho g \Rightarrow p = +\rho g z + p_0$ avec z l'altitude du point M comptée à partir de la surface libre du fluide.

* Principe fondamental de la statique des fluides

$$\boxed{p_M = p_0 + \rho g(h - \Delta l)}$$

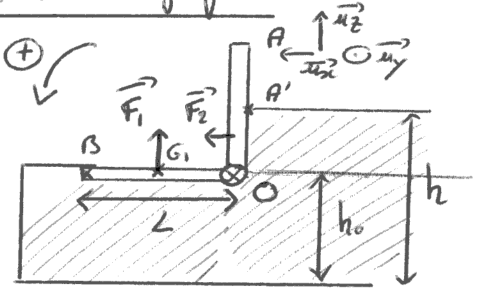
* PFD A l'équilibre $0 = Mg - k(\Delta l_0 - \Delta l) - (p_0 + \rho g(h - \Delta l))S + p_0 S$

$$\cancel{Mg} = k\frac{\cancel{Mg}}{\cancel{k}} - \Delta l\, k + \cancel{p_0 S} + \rho g(h - \Delta l)S - \cancel{p_0 S}$$

$$\boxed{\rho = \frac{k\Delta l}{g(h - \Delta l)S}}$$

2.3 AN $\rho = \underline{7{,}59 \times 10^2\ kg.m^{-3}}$

Exercice 4- Trop plein.



1- Avec l'augmentation du niveau d'eau la pression augmente ds l'eau et le couple exercé sur la partie verticale peut faire basculer la porte.

2- Il faut considérer les forces de pression s'exerçant sur l'ensemble de la porte

Déterminer le champ de pression ds l'eau, on prend l'origine des altitudes au niveau du pt O.

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g \implies P(z) = -\rho g z + cste$$

avec $P(z=h-h_0) = P_0 = -\rho g(h-h_0) + cste.$

d'où $\underline{P(z) = -\rho g z + P_0 + \rho g(h-h_0)}$

pour la suite, il est inutile de tenir compte de P_0, car P_0 via l'air ou l'eau est présent sur l'ensemble du dispositif.

3- On appelle $\mathcal{M}_0(\vec{F_1})$, le couple exercé par les forces de pression sur la partie horizontale:

$\vec{F_1} = P(0) \times L \times d\ \vec{u_z}$ $\quad$ d → distance transverse.

$\vec{F_1} = \rho g(h-h_0) L d\ \vec{u_z}$ → la force étant la même en tout pt le couple s'applique au centre de gravité G_1

$$\mathcal{M}_{0_1} = \vec{OG_1} \wedge \vec{F_1}$$
$$= -\rho g(h-h_0)\frac{L^2}{2} d\ \vec{u_y}$$

On appelle $\mathcal{M}_0(\vec{F_2})$, le couple exercé par les forces de pression ~~de~~ (surpression de l'eau) sur la partie verticale.

$$\mathcal{M}_0(\vec{F_2}) = \int_{y=0}^{d}\int_{z=0}^{h-h_0} z\vec{u_z} \wedge (\rho g(h-h_0) - \rho g z) \times dz\,dy\ \cancel{\vec{u_x}}$$

$\cancel{= \rho g(h-h_0) \times h}$

$$\vec{\mathcal{M}}_{O_2} = \rho g d \int_{z=0}^{h-h_0} z\left((h-h_0)-z\right) dz \ \vec{u_y}$$

$$= \rho g d \left(\left[(h-h_0)\frac{z^2}{2} \right]_0^{h-h_0} - \left[\frac{z^3}{3} \right]_0^{h-h_0} \right) \vec{u_y}$$

$$= \rho g d \left((h-h_0)\frac{(h-h_0)^2}{2} - \frac{(h-h_0)^3}{3} \right) \vec{u_y}$$

$$= \rho g d \left[\frac{(h-h_0)^3}{2} - \frac{(h-h_0)^3}{3} \right] \vec{u_y} = \rho g d \frac{(h-h_0)^3}{6} \vec{u_y}$$

4- À la limite, les couples s'équilibrent :

$$\cancel{\rho g d} \frac{(h-h_0)^3}{\cancel{6}\, 3} = \cancel{\rho g} (h-h_0) \frac{L^2}{\cancel{2}} \cancel{d}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{(h-h_0)^2}{3} = L^2$$

$h > h_0$ il faut retenir la solution positive.

d'où $(h-h_0) = \sqrt{3}\,L$

$$\boxed{h = h_0 + \sqrt{3}\,L}$$

Exercice 5 - Champ de pression dans l'atmosphère non isotherme

1. $T(z) = T_0(1-az) \Rightarrow \boxed{a = \left(\frac{T_0 - T(z_1)}{T_0}\right) z_1}$ AN $a = 2{,}3.10^{-5}\,m^{-1}$

2. * Equation des GP $p = \frac{\rho RT}{M}$ $\qquad T(z) = T_0(1-az)$

* Equation fondamentale de la statique $\frac{dp}{dz} = -\rho g$

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{pM}{RT}g = -\frac{pMg}{RT_0(1-az)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT_0}\left(\frac{1}{1-az}\right)dz$$ Séparation des variables.

$$\boxed{\frac{dp}{p} = -\frac{1}{H}\,\frac{1}{1-az}\,dz}$$

3. $p(z)$: intégration

$$\ln\left(\frac{p(z)}{p_0}\right) = \frac{1}{Ha}\ln(1-az) \Rightarrow \boxed{p(z) = p_0 e^{\frac{1}{Ha}\ln(1-az)}}$$

1. Au sommet de l'Everest, $p_1 = p_0\, e^{\frac{1}{HA}\ln(1-az_1)}$

AN $p_1 = 0{,}32$ atm

$e^{a(\ln x)} = e^a \times e^{\ln x}$

$\frac{p}{p_0} = e^{1/Ha} \times (1-az)$