

TD Mécanique 04 : Mouvements de particules chargées dans les champs E et B

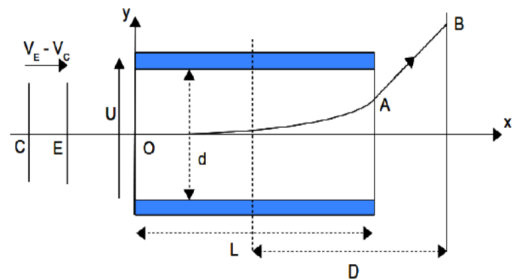
Exercice 1 – Accélérateur linéaire

Afin d'accélérer des particules, il est possible d'utiliser des accélérateurs linéaires. Ces dispositifs permettent de soumettre des particules chargées à de fortes différences de potentiel électrique, c'est-à-dire à un champ électrique élevé. On considère un électron de vitesse initiale nulle accéléré dans le vide par un champ électrostatique \vec{E} . On note U la différence de potentiel entre la position où l'électron atteint la vitesse v et la position initiale. On donne la charge électrique élémentaire $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, la masse d'un électron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg et $c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹.

1. Exprimez la vitesse v en fonction des données de l'énoncé.
2. Déduisez-en la valeur limite U_{lim} de la tension accélératrice telle que l'électron reste non relativiste, c'est-à-dire que la vitesse v reste inférieure à 10 % de la célérité de la lumière dans le vide.

Exercice 2 – Déviation d'un faisceau d'électrons dans un oscilloscope

Dans un oscilloscope analogique, un faisceau d'électrons est émis au point C avec une vitesse quasi nulle. Il est accéléré par une tension U_0 entre les points C et E situés sur l'axe (Ox). Puis, il pénètre en O avec la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_x$, dans le champ électrique \vec{E} supposé uniforme régnant entre les plaques métalliques d'un condensateur, symétriques par rapport au plan (Oxz), de longueur L et séparées par une distance d . Le champ électrique est créé par une tension U appliquée entre les deux plaques. Le faisceau sort en A de la zone où règne le champ, puis il atteint finalement l'écran de l'oscilloscope en un point B. L'écran est à la distance D du milieu des plaques.



1. Vitesse d'entrée de l'électron

1.1 Indiquez, en le justifiant, le signe de $V_E - V_C$.

1.2 Calculez en fonction de $U_0 = |V_E - V_C|$ la norme v_0 de la vitesse au point O d'un électron de masse m et de charge $-e$. Données : $U_0 = 1000$ V, $m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C.

2. Trajectoire d'un électron

2.1 Déterminez l'équation de la trajectoire d'un électron entre O et A.

2.2 Déterminez l'ordonnée y_A du point de sortie A en fonction des données du problème.

3. Observation à l'écran

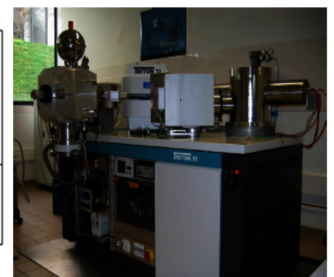
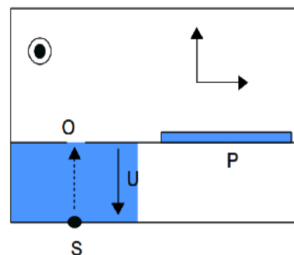
3.1 Quelle est la nature du mouvement d'un électron entre A et B, où ne règne aucun champ ?

3.2 Montrez que l'ordonnée y_B du spot sur l'écran est proportionnelle à la tension U .

Exercice 3 – Spectrographe de masse

Le spectrographe de masse est un appareil permettant, entre autres, de séparer différents isotopes d'un élément dans un échantillon, pour les compter, ou en sélectionner un en particulier. Un faisceau de particules chargées est constitué des ions de deux isotopes du mercure : $^{200}_{80}\text{Hg}^{2+}$ et $^{202}_{80}\text{Hg}^{2+}$ notés respectivement (1) et (2). Ce faisceau est émis par une source S avec une vitesse quasi nulle, puis accéléré par une tension U positive. Il pénètre alors en O dans une zone de champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$, orthogonal au faisceau incident.

Données : $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg, $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ kg, $U = 10,00$ kV, $B = 0,1000$ T, $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C.



1. Exprimez et calculez les vitesses v_1 et v_2 acquises respectivement par les isotopes (1) et (2) à la suite de l'accélération par la tension U .
2. Déterminez la trajectoire des ions dans la zone de champ magnétique. Exprimez les rayons R_1 et R_2 des trajectoires des isotopes (1) et (2).
3. On recueille les particules sur une plaque photographique P après qu'elles aient fait demi-tour. Exprimez puis calculez la distance d entre les deux traces observées.

Exercice 4 – Vitesse de dérive

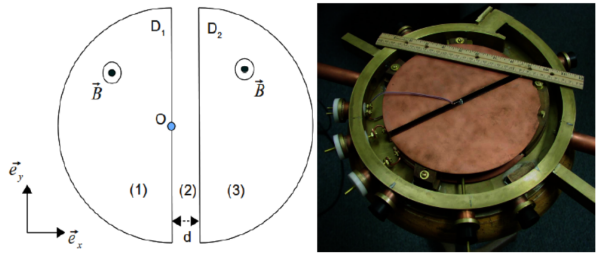
Une particule de masse m et de charge q positive est mobile dans un champ magnétique présentant une inhomogénéité en $y = 0$. On suppose qu'à $t = 0$, la particule se trouve au point O avec la vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_y$. Les lignes de champ sont parallèles à l'axe (Oz). Le champ magnétique dépend de y selon la loi suivante, avec la variation de champ magnétique $\Delta B > 0$:

$$\vec{B}(y < 0) = B_0 \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{B}(y > 0) = (B_0 + \Delta B) \vec{e}_z$$

1. Montrez que le mouvement de la particule se décompose en une suite de demi-cercles alternativement dans les régions $y > 0$ et $y < 0$.
2. Montrez que la particule se déplace vers les $x < 0$ à chaque cycle. Déterminez le déplacement selon l'axe (Ox) à chaque cycle ainsi que la durée d'un cycle.
3. Déterminez la vitesse de dérive de la particule.

Exercice 5 – Cyclotron

Un cyclotron est formé de deux enceintes demi-cylindriques D_1 (région 1) et D_3 (région 3), appelées dees en anglais dans lesquelles règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \vec{e}_z$. Entre ces deux dees, une bande étroite de largeur d (région 2) est plongée dans un champ électrique alternatif de module E , mais qui change de sens. On introduit au point O ($0, 0, 0$) une particule de charge $q > 0$ sans vitesse initiale. La tension $U_{D_1 D_3}$ est alors positive.



1. Mouvement dans la région (2)

- 1.1 Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (2), avant qu'elle ne pénètre dans la région (3) où règne le champ magnétique ?
- 1.2 Calculez la vitesse v_1 de la particule lorsqu'elle pénètre dans la région (3).

2. Mouvement dans la région (3)

- 2.1 Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (3) ? Déterminez la trajectoire parcourue ainsi que ses caractéristiques.
- 2.2 Quelle est la vitesse de la particule lorsqu'elle sort de la région (3) ?

3. Mouvement dans la région (2)

Pendant que la particule était dans la région (3), le signe de la tension $U_{D_1 D_3}$ a changé.

- 3.1 Quelle est la nature du mouvement de la particule dans la région (2), avant qu'elle ne pénètre la région (1) ?
- 3.2 Calculez la vitesse v_2 de la particule avant qu'elle ne pénètre la région (1).

4. Mouvement dans la région (1) – Fréquence de la tension

La particule est à nouveau déviée dans la région (1).

- 4.1 Quelle est la nature de sa trajectoire ? Exprimez la durée τ de cette trajectoire.
- 4.2 Montrez que la durée τ a la même valeur à chaque passage dans la zone (1), et permet de calculer le rapport q/m .
- 4.3 Déduisez-en la fréquence f_c de la tension alternative nécessaire pour accélérer la particule à chacun de ses passages entre les dees, en négligeant le temps de passage de la particule dans la région (2).

5. Augmentation de la vitesse de la particule

- 5.1 Après n passages dans la région (2), quelle est la vitesse v_n de la particule ?
- 5.2 Quel est l'intérêt du passage de la particule dans la région (2) ?

6. Énergie cinétique maximale

Le cyclotron a un diamètre maximal utile de 52 cm.

- 6.1 Calculez en joules, puis en MeV, l'énergie cinétique maximale des protons accélérés par ce cyclotron lorsque la fréquence de l'oscillateur électrique qui accélère les protons entre les dees est de 12 MHz. Quelle est alors la valeur du champ magnétique ?
- 6.2 L'amplitude de la tension alternative appliquée entre les deux dees est de 200 kV. Calculez le nombre de tours effectués par les protons pour atteindre leur énergie cinétique maximale.