

Devoir non surveillé n°09 (correction)**Écart au gaz parfait**

- Pour un gaz parfait $\frac{PV_m}{RT} = 1$. Le fait que **les droites du diagramme ne soient pas horizontales** expriment l'écart à l'idéalité du diazote gazeux.
- L'ordonnée à l'origine est associée à $1/V_m \rightarrow 0$, c'est à dire $V_m \rightarrow +\infty$. À la limite d'un très grand volume, on peut négliger les interactions entre particules et considérer les particules ponctuelles vis à vis de la distance entre particules. **On retrouve les hypothèses d'un gaz parfait pour un gaz réel aux très grandes dilutions** et donc une valeur du rapport $\frac{PV_m}{RT} = 1$ identique quelle que soit la température.
- Étude des courbes :

- Chaque courbe est une droite d'ordonnée à l'origine 1 et de pente $-B_i$. On calcule alors les B_i grâce aux prolongements des courbes (par exemple 1/0,004 pour $T_1 = 80$ K). Le tableau ci-dessous rassemble les résultats :

T_i (K)	80	90	100	110	120	150
B_i (cm ³ .mol ⁻¹)	250	200	167	132	114	≈ 72
$T_i^2 \times B_i/10^6$ (K ² .cm ³ .mol ⁻¹)	1,60	1,62	1,67	1,60	1,64	1,62

En conservant deux chiffres significatifs, on remarque que le produit $T_i^2 \times B_i$ est une constante et on peut retenir la valeur :

$$T_i^2 \times B_i = 1,6 \times 10^6 \text{ K}^2 \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

- D'après le résultat précédent $b(T) = \frac{1,6 \times 10^6}{T^2}$ en (cm³.mol⁻¹)

- Étude du coefficient de compressibilité isochore :

- Pour un gaz parfait :

$$\beta = \frac{1}{P} \times \frac{nR}{V} = \frac{nR}{PV} \Rightarrow \beta = \frac{1}{T}$$

- La pression du gaz a pour expression : $P = \frac{RT}{V_m} \left(1 - \frac{b(T)}{V_m}\right)$; dérivons cette expression par rapport à la température le volume molaire étant constant :

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{R}{V_m} \left(1 - \frac{b(T)}{V_m}\right) + \frac{RT}{V_m} \times \frac{-b'(T)}{V_m}$$

Il suffit alors de remarquer que : $b'(T) = \frac{-2\alpha}{T^3} = \frac{\alpha}{T^2} \times \frac{-2}{T} = \frac{-2b(T)}{T}$ pour en déduire :

$$\beta = \frac{1}{T} \left(\frac{1 + \frac{b(T)}{V_m}}{1 - \frac{b(T)}{V_m}} \right)$$

- Pour $V_m \rightarrow +\infty$, $\beta \rightarrow 1/T$.

Dans le cas du gaz parfait :

$$\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{V_m}{RT} \times \frac{R}{V_m} = \frac{1}{T}$$

On retrouve le même résultat ; comme prévu un gaz réel à la limite des grandes dilutions se comporte comme un gaz parfait.