

## Devoir surveillé n°05 (le samedi 02 février 4h)

Calculatrice autorisée. Justifier les réponses. Mettre en évidence les résultats

### 1 Problème 1. Rendement d'un réseau électrique

On considérera dans tout le problème des grandeurs physiques dépendant du temps  $x(t)$ . Si elles dépendent du temps de manière périodique (période  $T$ ), on leur associera une valeur moyenne  $\langle x(t) \rangle = X_m$  et on notera  $n_{\max} = f_{\max} T$ , le rang de l'harmonique le plus élevé. Il correspond au rang à partir duquel on peut négliger l'influence des harmoniques. On pourra utiliser la décomposition de Fourier sans jamais chercher à calculer l'amplitude  $X_n$  ou la phase  $\phi_n$  des différentes

composantes et on notera  $x(t) = X_m + \sum_{n=1}^{n_{\max}} X_n \sqrt{2} \cos\left(n \frac{2\pi}{T} t + \phi_n\right)$ .

On pourra associer à toute grandeur dépendant du temps de manière sinusoïdale  $x(t) = X_0 \sqrt{2} \cos(\omega t + \phi_0)$  une représentation complexe de valeur efficace  $\underline{X} = X_0 e^{j\phi_0}$ . Bien évidemment, dans ce cas,  $\langle x(t) \rangle = X_m = 0$ .

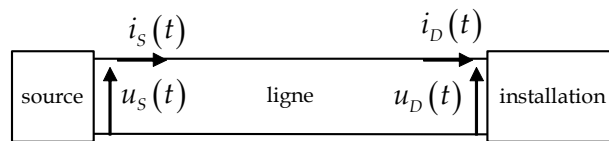
On posera dans tout le problème  $j^2 = -1$

#### A Rendement énergétique du réseau

Le rendement énergétique d'un réseau de distribution de l'énergie électrique est principalement lié à la perte d'énergie dans les lignes de transport. Cette perte dépend largement de l'intensité du courant les parcourant. Or cette intensité dépend de l'installation recevant l'énergie et éventuellement de la ligne électrique.

On considèrera que cette ligne est constituée de deux fils conducteurs de longueur  $d$ .

La source sera considérée comme sinusoïdale avec  $u_s(t) = U_0 \sqrt{2} \cos(2\pi f t)$ ,  $f = \frac{1}{T}$  étant la fréquence.



#### A I) Puissance perdue dans la ligne

1) Expliquer à quelle condition on peut considérer que  $i_s(t) \approx i_D(t)$ . Cette condition sera supposée réalisée dans toute la partie A. On notera  $i(t) = i_s(t) = i_D(t)$ .

2) Expliquer à quelle condition on peut considérer que  $u_s(t) \approx u_D(t)$ . Cette condition sera supposée réalisée dans toute la partie A. On prendra  $u_D(t) = u_s(t)$ .

La puissance perdue dans la ligne peut s'écrire sous la forme  $p_L(t) = K \cdot d \cdot i(t)^2$ ,  $d$  étant la longueur de la ligne et  $K$  une constante. La puissance moyenne est notée  $\langle p_L(t) \rangle = P_L = K \cdot d \cdot I^2$

- 3) Quelles sont les causes physiques de cette perte ?
- 4) Que représente  $I$  ?
- 5) Quels sont les différents facteurs pouvant modifier la valeur de  $K$ . Appuyez votre réponse sur des exemples simples (conducteur ohmique cylindrique).

La puissance moyenne consommée par l'installation est notée  $P$ . On appellera rendement énergétique de la ligne  $\eta = \frac{P}{P + P_L}$ .

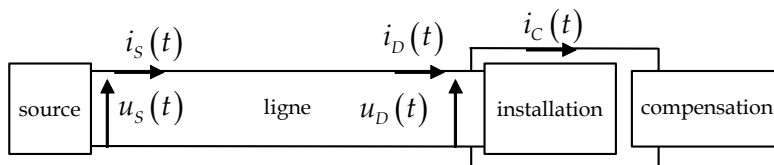
## A II) Le facteur de puissance

- 6) Quelle propriété de l'installation permettrait d'assurer une intensité  $i(t)$  sinusoïdale de la forme  $i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos(2\pi f t + \varphi)$  ? Donner les valeurs de la tension efficace et de la fréquence pour le réseau européen. Discuter numériquement la condition imposée dans la question (1).

On adoptera cette propriété pour toute la partie AII). avec  $0 \geq \varphi > -\frac{\pi}{2}$ .

- 7) Exprimer le rendement  $\eta$  en fonction des données de l'énoncé : la puissance moyenne consommée par l'installation  $P$  ainsi que  $K, d, U_0, \varphi$ .
- 8) Sur quels facteurs, autres que  $\varphi$  et  $K$ , peut-on jouer pour augmenter ce rendement ? Évitez une simple énumération dans la réponse. Détaillez plus particulièrement le facteur, en pratique, le plus important en proposant des solutions technologiques au problème.

On tente d'améliorer le rendement en ajoutant un dispositif de compensation « à côté » et en parallèle avec l'installation. On notera  $i_c(t) = I_c \sqrt{2} \cos(2\pi f t + \varphi_c)$ . La puissance moyenne consommée par le dispositif de compensation est notée  $P_c$ .



- 9) Quelle propriété doit vérifier  $i_c(t)$  pour que  $P_c = 0$  ?
- 10) Déterminer, lorsque  $P_c = 0$ ,  $i_c(t)$  pour que  $\eta$  soit maximum toutes choses égales par ailleurs.

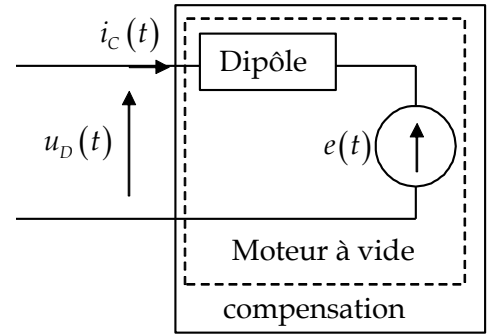
Remarque : pour cette question 10, il s'agira de déterminer les caractéristiques de  $I_c$  en fonction des seules grandeurs  $I_0$  et  $\varphi$  associées à l'intensité du courant circulant dans l'installation (un diagramme de Fresnel pourra se révéler utile).

- 11) Proposer un dispositif, autre que celui étudié dans la suite, permettant d'obtenir le résultat escompté. Préciser le ou les paramètres du dispositif en fonction de  $P, f, U_0, \varphi$ .

Pour réaliser le dispositif de compensation on utilise un moteur synchrone.

Ce moteur tourne à vide et on négligera les pertes mécaniques et électriques du moteur dans un premier temps. Ce moteur est électriquement équivalent à un dipôle d'impédance purement imaginaire  $jX$  avec  $X > 0$  en série avec un générateur sinusoïdal de même fréquence  $f$  que le réseau.

On notera  $\underline{E}$  la tension efficace de ce générateur dont on peut régler le module  $|\underline{E}| = E$ .

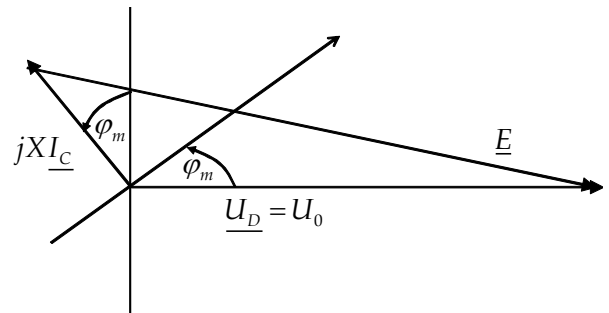


12) Pourquoi  $X > 0$  ? Comment peut-on régler  $E$  ? Pourquoi la fréquence est-elle la même que celle du réseau ? Répondez de manière qualitative, mais précise, à ces trois questions.

13) Calculer, en fonction de  $P, X, U_0, \varphi$ , la valeur de  $E$  permettant d'optimiser la distribution de l'énergie.

Indication : la condition portant sur  $i_c(t)$  à imposer pour cette question 13 est identique à la condition appliquée aux questions 10 et 11.

Les pertes énergétiques du moteur ne sont plus négligées et elles sont prises constantes de puissance égale à  $P_C$ . Cette puissance est fournie intégralement par le réseau d'alimentation. Pour calculer la nouvelle valeur du module de  $\underline{E}$  permettant d'optimiser les pertes en ligne on utilise une construction dans le plan de Fresnel.



14) Quelle est la signification de  $\varphi_m$  ? Réaliser la construction dans le cas  $P_C = 0$ .

15) Déterminer ( avec  $P_C > 0$ ) la valeur de  $E$  permettant d'optimiser la distribution de l'énergie en fonction de  $U_0, P, P_C, X, \varphi$ .

Indication : pour cette dernière question, on souhaite toujours que le courant de la ligne soit en phase avec la tension aux bornes de l'installation. Il pourra être utile de compléter le diagramme de Fresnel avec une représentation de la loi des nœuds.

## 2 Problème 2. Autour d'une boisson énergisante

Les données numériques sont disponibles en fin d'énoncé.

*Pour se désaltérer, les danseurs ont la possibilité de consommer en discothèque certaines boissons énergisantes, parmi lesquelles Red Bull Energy Drink®. Cette boisson contient en particulier de la caféine, de multiples vitamines et des glucides en quantités importantes, à l'origine de nombreuses controverses lors de sa commercialisation en France en 2008.*

**Document 6.** *L'abus de boissons énergisantes présente-t-il un risque ?*, La Presse Médicale, 2015 :  
Composition d'une canette de 250 mL de Red Bull® :

- Taurine : 1000 mg
- Glucuronolactone : 600 mg
- Caféine : 80 mg
- Saccharose : 21,5 g
- Glucose : 5,25 g
- Inosite : 50 mg
- Niacine : 20 mg
- Vitamine B6 : 5 mg
- Acide pantothénique : 5 mg
- Vitamine B12 : 0,005 mg
- Adjuvants et additifs :
  - acide citrique (E 330)
  - arômes naturels et artificiels
  - colorants (caramel et riboflavine)



### REFROIDISSEMENT EFFICACE D'UNE CANETTE

Les canettes de Red Bull® sont en aluminium. Celles-ci pèsent 60 % de moins qu'il y a quelques années et sont recyclables à 100 %, ce qui fait économiser beaucoup d'énergie et de ressources.

#### H / Le métal aluminium

Le numéro atomique de l'aluminium est  $Z = 13$ .

**H1.** Déterminer la configuration électronique de l'aluminium à l'état fondamental, en citant les règles utilisées.

L'aluminium métallique cristallise selon un réseau cubique à faces centrées, de paramètre de maille  $a$ . On donne le rayon métallique de l'aluminium :  $r = 143$  pm.

**H2.** Représenter la maille conventionnelle du réseau. En déduire la population de la maille, ainsi que la coordinence d'un atome d'aluminium dans la structure.

**H3.** L'empilement d'atomes étant supposé compact, déterminer une relation géométrique entre  $a$  et  $r$ .

**H4.** Exprimer la masse volumique  $\rho_{Al}$  de l'aluminium, notamment en fonction de sa masse molaire  $M_{Al}$  et de  $a$ . Calculer numériquement  $\rho_{Al}$ .

D'autres boissons énergisantes sont conditionnées en canettes de fer-blanc (acier recouvert d'étain), mais dont le couvercle est en aluminium, pour éviter le risque de corrosion.

**H5.** Donner l'ordre de grandeur de la masse volumique d'un acier ; à volume égal, quelle canette est la plus légère ?

## I / Résolution de problème

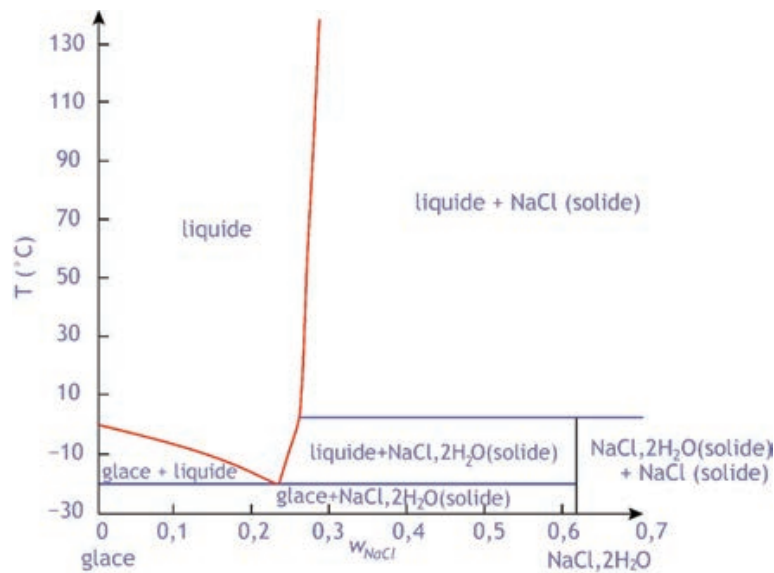
Un danseur commande une canette fraîche de *Red Bull*<sup>®</sup> et la dépose sur une table. À l'écoute de son morceau de musique préféré, il délaisse sa canette et rejoint la piste de danse. En revenant au bout d'une quinzaine de minutes, il s'aperçoit que la canette, sans même l'avoir ouverte, s'est sensiblement réchauffée, du fait de la température confortable dans la discothèque et de la conductivité thermique élevée de l'aluminium. Il s'adresse alors à un serveur pour la refroidir. Ce dernier a notamment à sa disposition des glaçons et du sel de table.

**I1.** Vous êtes ce serveur. Proposer une solution de refroidissement efficace, rapide et peu encombrante de la canette de *Red Bull*<sup>®</sup>, en évaluant numériquement :

- les masses d'eau, de glaçons et de sel utilisées ;
- la température finale espérée pour la boisson (assimilée à de l'eau, pour simplifier).

Cette résolution de problème devra présenter de manière claire une démarche scientifique détaillée et basée, d'une part sur les informations fournies (document 7, données en fin d'énoncé), et d'autre part sur les connaissances du candidat. Toute tentative de réponse pertinente, même incomplète, sera prise en compte lors de la notation.

**Document 7.** *Pôle Numérique pour la Pédagogie*, Jacques Schwartztruber (École des Mines d'Albi) :  
Diagramme de phases du système  $H_2O-NaCl$  ( $w$  : fraction massique en  $NaCl$ ) :



**I2.** Indiquer avec précision la composition des domaines nommés « liquide » et « glace+liquide ». Déterminer la variance pour les systèmes associés à ces domaines.

**I3.** Partant de la température ambiante, on refroidit 10 g d'un mélange liquide de fraction massique égale à  $w_{NaCl} = 0,10$ . Représenter sa courbe de refroidissement thermique. Déterminer avec précision la composition des phases à la température  $T = -10^\circ C$ .

**I4.** Le diagramme indique  $w_{NaCl} = 0,62$  pour le composé défini. Vérifier ce résultat.

## DOSAGE DU GLUCOSE DANS LE *RED BULL*<sup>®</sup>

Dans cette partie, on s'intéresse à un protocole permettant de déterminer la quantité de glucose dans une canette de *Red Bull*<sup>®</sup>. Cette méthode, dite indirecte, consiste à faire réagir le glucose avec une solution aqueuse de diiode en excès (de concentration connue), puis à doser le diiode restant avec une solution de thiosulfate de sodium.

### J / L'iode en solution aqueuse

On analyse dans un premier temps le diagramme potentiel-pH de l'élément iode représenté sur la figure 12. On se limite dans cette étude aux espèces suivantes : diiode  $I_{2(aq)}$ , ions iodate  $IO_{3(aq)}^-$  et ions iodure  $I_{(aq)}^-$ . La concentration de chacune des espèces iodées est égale à  $c_T = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$  sur les frontières.

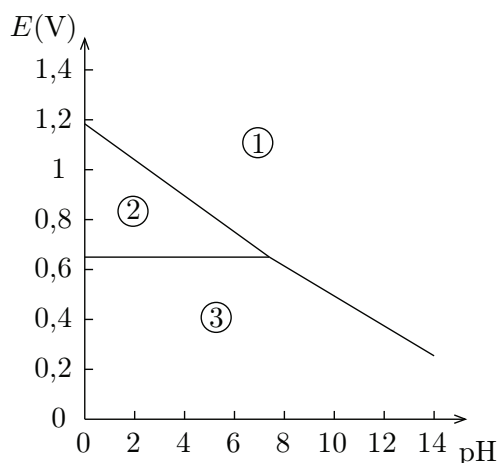


FIGURE 12 – Diagramme potentiel-pH de l'iode.

En notant  $T$  la température, on pourra utiliser l'approximation suivante dans les calculs :

$$\frac{RT}{\mathcal{F}} \ln x \simeq 0,06 \log x \quad (\text{en V})$$

- J1.** Calculer le nombre d'oxydation de l'élément iode dans les trois espèces citées. En déduire l'espèce prédominante dans chacun des domaines (①, ②, ③) du diagramme.
- J2.** En utilisant la relation de Nernst et la convention de tracé du diagramme, établir l'équation  $E_{2-3} = f(\text{pH})$  de la frontière séparant les domaines ② et ③.
- J3.** De la même manière, établir l'équation  $E_{1-2} = f(\text{pH})$  de la frontière séparant les domaines ① et ②.
- J4.** Déterminer par le calcul les coordonnées du point d'intersection des frontières, et vérifier les valeurs obtenues à l'aide du diagramme.

## K / Principe du dosage

On détaille ci-dessous le protocole expérimental du dosage :

- Étape 1 : on introduit dans un erlenmeyer un volume  $V_1 = 20$  mL d'une solution de diiode de concentration  $c_1 = 0,05$  mol.L<sup>-1</sup>.
- Étape 2 : on ajoute dans l'erlenmeyer 5 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium ( $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ ) à 2,5 mol.L<sup>-1</sup>. La solution se décolore.
- Étape 3 : on ajoute au mélange précédent un volume  $V_0 = 2$  mL de *Red Bull*<sup>®</sup> de concentration en glucose  $c_0$  inconnue. On bouche l'erlenmeyer, on l'agite et on laisse agir 30 minutes à l'obscurité.
- Étape 4 : après cette attente, on ajoute dans l'erlenmeyer 10 mL d'acide chlorhydrique ( $\text{H}_{(\text{aq})}^+ + \text{Cl}_{(\text{aq})}^-$ ) à 2 mol.L<sup>-1</sup>. La coloration brune réapparaît.
- Étape 5 : on remplit une burette d'une solution de thiosulfate de sodium ( $2 \text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$ ) de concentration  $c_2 = 0,10$  mol.L<sup>-1</sup> et on titre le contenu de l'erlenmeyer en présence d'empois d'amidon. On observe une décoloration complète de la solution pour un volume versé de thiosulfate de sodium noté  $V_2$ .

On indique que  $\text{I}_{2(\text{aq})}$  a une coloration brune en solution ; les ions  $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$  et  $\text{I}_{(\text{aq})}^-$  sont incolores en solution.

**K1.** À la lumière du diagramme  $E$ -pH de l'iode (voir figure 12), quelle réaction s'est produite lors de l'étape 2 ? Écrire l'équation de cette réaction.

**K2.** Comment se nomme ce type de réaction ? En donner une définition précise.

**K3.** Lors de l'étape 3, le glucose  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_{6(\text{aq})}$  est oxydé en ions gluconate  $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{O}_{7(\text{aq})}^-$  par les ions iodate  $\text{IO}_{3(\text{aq})}^-$  en milieu basique. Écrire les demi-équations d'oxydo-réduction des couples concernés, puis la réaction bilan qui se produit pendant cette étape.

**K4.** À la lumière du diagramme  $E$ -pH, quelle réaction s'est produite au cours de l'étape 4 ? Écrire l'équation de cette réaction, puis nommer ce type de réaction.

**K5.** Lors du dosage (étape 5), le diiode  $\text{I}_{2(\text{aq})}$  restant est réduit en ions iodure  $\text{I}_{(\text{aq})}^-$  par les ions thiosulfate  $\text{S}_2\text{O}_{3(\text{aq})}^{2-}$  ; il se forme au cours de cette réaction des ions tétrathionate  $\text{S}_4\text{O}_{6(\text{aq})}^{2-}$ . Écrire l'équation bilan du titrage.

**K6.** En exploitant les potentiels standard des couples en présence, déterminer, littéralement puis numériquement, la constante d'équilibre  $K^0$  de la réaction de titrage. Cette dernière peut-elle être considérée comme totale ?

## L / Exploitation des résultats expérimentaux

Après avoir répété ce protocole trois fois, l'expérimentateur mesure un volume moyen  $V_2 = 15,4$  mL. On cherche à en déduire la concentration en glucose  $c_0$  dans le volume  $V_0$  de *Red Bull*<sup>®</sup>.

- L1.** Exprimer littéralement, en fonction de  $c_1$  et  $V_1$ , la quantité de diiode  $n_1$  initiale (étape 1).
- L2.** Exprimer littéralement, en fonction de  $c_2$  et  $V_2$ , la quantité de diiode  $n_2$  présente dans l'erenmeyer avant le titrage (étape 5).
- L3.** Exprimer littéralement, en fonction de  $n_1$  et  $n_2$ , la quantité d'ions iodate  $n_3$  ayant réagi avec le glucose (étape 3). En supposant cette réaction totale, et en considérant que le glucose est le réactif limitant de cette réaction, en déduire la quantité de glucose  $n_0$  ayant réagi.
- L4.** En déduire enfin la concentration  $c_0$  en fonction de  $c_1$ ,  $V_1$ ,  $c_2$ ,  $V_2$  et  $V_0$ . Calculer numériquement  $c_0$ .
- L5.** Déduire de la question précédente la masse  $m$  de glucose présente dans une canette de *Red Bull*<sup>®</sup> de volume  $V = 250$  mL. Confronter cette valeur expérimentale à celle donnée dans le document 6.

### Données

- Nombre d'Avogadro :  $\mathcal{N}_A = 6,0 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .
- Constante de Faraday :  $\mathcal{F} = \mathcal{N}_A e = 9,6 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$ .
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_\ell = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique de la glace (eau) :  $c_g = 2,1 \cdot 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Chaleur latente de fusion de la glace (eau) :  $\ell_{\text{fus}} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ J.kg}^{-1}$ .
- Potentiels standard à pH=0 :

Couple	$\text{I}_{2(\text{aq})}/\text{I}^-_{(\text{aq})}$	$\text{IO}^-_{3(\text{aq})}/\text{I}_{2(\text{aq})}$	$\text{S}_4\text{O}^{2-}_{6(\text{aq})}/\text{S}_2\text{O}^{2-}_{3(\text{aq})}$
$E^0(\text{V})$	0,62	1,19	0,09

- Masses molaires :

Atome	H	C	O	Na	Al	Cl
$M(\text{g.mol}^{-1})$	1,0	12,0	16,0	23,0	27,0	35,5