Lycée Naval, Spé 2.

Devoir surveillé n°03 (vendredi 12 octobre ; 4h)

Calculatrice autorisée. Justifier les réponses

Mettre en évidence les résultats

1 Problème 1. Résolution de problème

Doc. Le principe de la balance de torsion

Charles Augustin Coulomb (1736–1806) fut l'un des premiers à utiliser ce système. Pour démontrer que la force entre deux sphères chargées est en $1/R^2$, il utilise une balance qui établit l'équilibre entre la force électrique et la force de torsion. Pour les expériences de Cavendish (1798) et de Boys (1895), c'est l'attraction gravitationnelle qui est compensée par la force de torsion. Ce phénomène entraîne une torsion du fil qui maintient le système en équilibre (Cf. figure 1).
Initialement, les petites sphères sont dans une position stable. Lorsque l'on approche les grosses sphères des plus petites, la force d'attraction gravitationnelle entre les deux types de sphères va produire un couple tendant à faire tourner la tige. Les petites sphères s'approchent des plus grosses jusqu'à ce que la torsion du fil équilibre le couple gravitationnel.
À la nouvelle position d'équilibre, il y a égalité entre le moment du couple de torsion, proportionnel à l'angle de rotation du fléau, et le moment provoqué par la force d'attraction. Cette condition va permettre d'obtenir une relation qui sera utilisée pour la détermination de la valeur de G. Lors du changement de positions des grosses sphères, le fléau va passer d'un état d'équilibre à un autre. Il y aura rotation du fléau. La mesure de l'angle de rotation permettra de remonter au couple de torsion. Cependant ce couple fait intervenir les caractéristiques mécaniques du fil de suspension. Pour déterminer ces caractéristiques, il suffira de mesurer la période d'oscillation de la balance. Ainsi, la mesure de la période d'oscillation et la mesure de l'angle de rotation du fléau permettent d'obtenir la force d'attraction.

Données :
- longueur de tige : 2,0 m ;
- masses fixées à la tige : 10,105 kg ;
- période du dispositif constitué : 271,5 s ;
- un miroir est disposé dans l'axe de la tige ; il est éclairé par un spot lumineux et la lumière réfléchie est projetée sur un écran situé à 2,5 m ;
- des masses $M = 158$ kg distantes de 200 mm des masses de la tige (et disposées selon la FIGURE 1) provoquent un déplacement de $2,42$ mm du spot lumineux sur l'écran.

On rappelle que le moment d'inertie produit par une masse ponctuelle m située à une distance d de l'axe de rotation est égal à md^2.

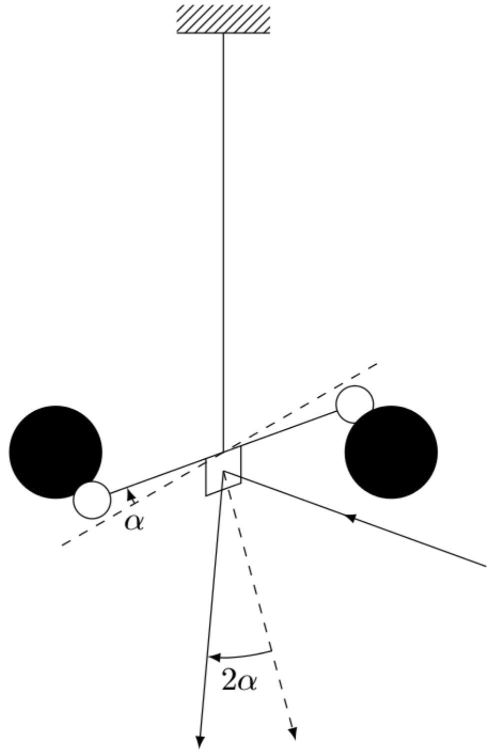


Figure 1

Question : exploiter le document de présentation et les données fournies pour déterminer la constante de gravitation universelle G.

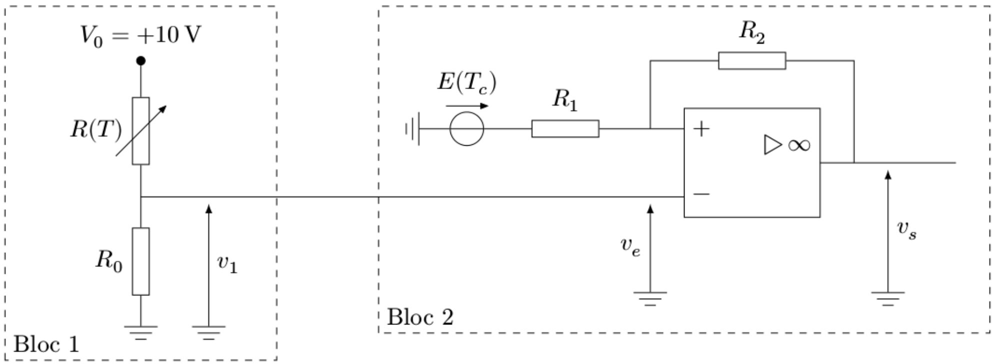
Il est demandé d'expliciter clairement la démarche, les choix et de les illustrer, le cas échéant, par un schéma. Le barème valorise la prise d'initiative et tient compte du temps nécessaire à la résolution de cette question.

2 Problème 2. Régulateur de température

Cette partie propose l'étude d'un dispositif simple de régulation thermique de l'air, réalisable avec des composants électroniques bon marché. Le cahier des charges est explicité ci-dessous.

Le régulateur thermique permet de maintenir la température T d'une pièce autour d'une valeur de consigne T_c pouvant varier entre 5°C et 30°C. Celui-ci déclenche la mise en marche du système de chauffage lorsque $T \leq T_c - \Delta T$ et la stoppe lorsque $T \geq T_c + \Delta T$.
On impose $\Delta T = 0,20$°C. Le déclenchement du système de chauffage se fait pour un signal de commande positif, l'arrêt pour un signal de commande négatif.

Le régulateur dispose d'une sonde de température permettant la mesure de T. On utilise comme capteur de température une thermistance CTN (pour Coefficient de Température Négatif), dont la résistance R diminue avec l'augmentation de la température T. Le dispositif de régulation est réalisé à l'aide du montage représenté sur la figure suivante dans lequel $R(T)$ est la résistance CTN et $E(T_c)$ est fonction de la température de consigne T_c selon la loi $E(T_c) = \alpha_0 + \alpha T_c$, avec T_c en °C et où les coefficients α_0 et α sont des constantes à dimensionner par la suite.
L'ALI du bloc 2 est supposé idéal, de tensions de saturation $\pm V_{sat} = \pm 15$ V.



2.1 Étude du capteur de température

On utilise dans la suite une thermistance CTN EPCOS B57164K0331J000. La datasheet du constructeur fournit les valeurs suivantes :

T (°C)	-5	0	5	10	15	20	25	30	35
$R(T)$ (Ω)	1142	914,3	736,4	597,2	487,1	399,8	330	273,8	228,4

La courbe $R(T)$ est non linéaire. On souhaite cependant obtenir une tension $v_1(T)$ fonction affine de T. C'est la fonctionnalité du bloc 1.

1. Déterminer l'expression littérale de $v_1(T)$ en fonction des données du problème.
2. On impose $R_0 = 330$ Ω. Effectuer la régression linéaire $v_1(T) = a + bT$ et valider le modèle. Calculer les coefficients a et b.

2.2 Étude du bloc 2

1. Quelle est la fonction réalisée par le montage ?
2. Tracer la caractéristique $v_s = f(v_e)$. Un raisonnement détaillé est attendu, on justifiera en particulier le fait que l'ALI fonctionne en régime saturé. Déterminer les expressions littérales des grandeurs caractéristiques du tracé.

2.3 Étude du dispositif complet

On suppose R_1 fixée.

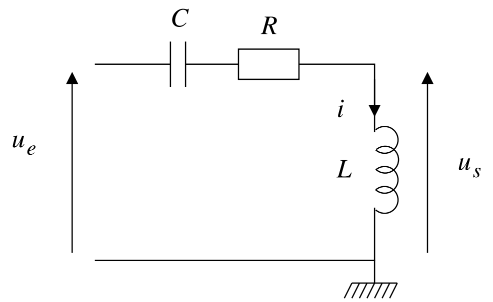
1. Exprimer R_2 en fonction de b, ΔT, V_{sat} et R_1.
2. Exprimer le coefficient α_0 en fonction de a, b, ΔT et V_{sat} et le coefficient α en fonction de b, ΔT et V_{sat}.
3. On prend $R_1 = 100$ Ω. Calculer les valeurs de R_2, α_0 et α. Commenter ces valeurs.

3 Problème 3. Filtre passe-haut

On cherche à traiter un signal électrique proche de 300 Hz, comportant un bruit à 50 Hz que l'on veut filtrer. Plus précisément, on souhaite construire un filtre passe-haut présentant une atténuation importante à $f_1 = 50$ Hz ($G_{dB}(f_1) \leq -20$ dB), mais la plus faible possible à $f_2 = 300$ Hz ($G_{dB}(f_2) \geq -0,5$ dB).

1. Tracer le gabarit du filtre. Un filtre passe haut du premier ordre peut-il convenir ? Justifier.

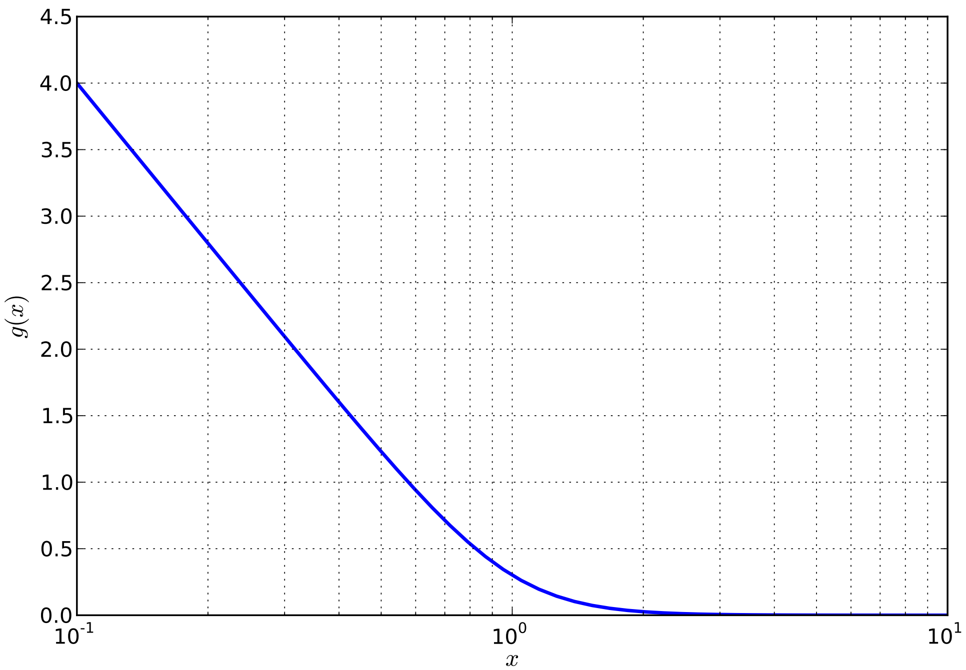
   On considère maintenant un filtre passe haut RLC du second ordre, constitué d'une résistance R, d'un condensateur de capacité C et d'une bobine d'inductance L.



Sa fonction de transfert s'écrit : $\underline{H}(jx) = \dfrac{-x^2}{1 - x^2 + j\dfrac{x}{Q}}$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$.

2. Déterminer l'expression de ω_0 et de Q en fonction R, L et C.

3. Afin d'éviter les distorsions de signal, on impose $Q = 1/\sqrt{2}$. Déterminer ω_0, puis la valeur minimale de L, sachant que $C \leq 10^{-6}$ F. Commenter le résultat obtenu. On exploitera la courbe donnée ci-dessous, représentant la fonction $g(x) = \log\left(1 + 1/x^4\right)$ en fonction de x.



4 Problème 4. Biothermie des animaux

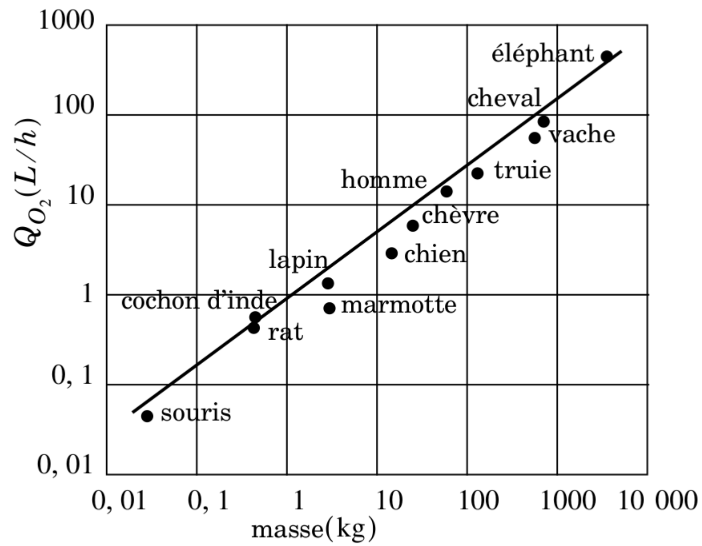
4.1 Préambule

1. Écrire la loi de Fourier en donnant le nom et l'unité, dans le système international, de toutes les grandeurs figurant dans cette loi.
   Expliquer le sens physique de cette relation.

2. On considère un solide de masse volumique ρ, de capacité thermique massique c et de conductivité thermique λ. Établir, dans le cas d'un transport unidirectionnel (direction repérée par l'abscisse x), un bilan local d'énergie, en présence de sources volumiques (puissance volumique p) et sans échange à travers des parois latérales. En déduire une équation aux dérivées partielles pour la température dans le solide.

4.2 Lois d'échelle

On dira qu'une fonction $y(x)$ vérifie une loi d'échelle d'exposant α si y est proportionnel à x^α.
De nombreux paramètres physiologiques concernant les espèces animales d'un même groupe zoologique obéissent à de telles lois.



Ainsi, les mammifères terrestres ayant une température corporelle proche de 37°C vérifient assez bien la relation : $Q_{O_2} = 0,68\ M_c^{3/4}$ où M_c désigne la masse corporelle en kilogramme et Q_{O_2} la consommation en dioxygène en litre par heure au repos, dans des conditions expérimentales précises que nous ne détaillerons pas. Nous verrons que cette loi, découverte dès 1932 par M. Kleiber, peut être mise en rapport avec la puissance thermique dégagée par le métabolisme de l'animal.

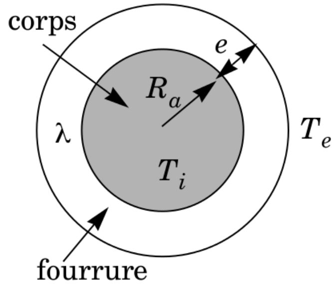
1. Les morphologies des animaux d'un même groupe étant voisines, le volume de dioxygène transporté par le sang à chaque battement de cœur est à peu près proportionnel à la masse corporelle M_c. En vous référant à l'homme, déterminer la loi d'échelle exprimant la fréquence cardiaque f_c d'un animal en battements par minute en fonction de sa masse corporelle M_c en kilogramme.
2. Étudier la validité de la loi précédente pour la souris, le lapin et l'éléphant à l'aide du tableau ci-dessous :

	souris	lapin	renard	éléphant
M_c (kg)	$0,015$	$2,0$	$3,0$	3000
f_c (batt./min)	620	210		37
τ_{vie} (années)	3,5		14	80

3. Le tableau précédent donne également la durée de vie moyenne τ_{vie} de quelques mammifères terrestres.
   (a) À l'aide de ces valeurs numériques, déterminer l'exposant de la loi d'échelle $\tau_{vie}(M_c)$.
   (b) Proposer une interprétation de cette loi.
   (c) Le cas de l'homme vérifie-t-il cette loi ? Commenter.
4. Sachant qu'en moyenne, on estime qu'un litre de dioxygène consommé par un animal correspond à un dégagement de chaleur d'environ 20 kJ, donner la relation numérique qui exprime la puissance thermique P en watt dégagée par l'animal en fonction de sa masse M_c en kilogramme. Donner la valeur numérique de P pour un homme de 70 kg. Commenter.
5. Le plus petit mammifère terrestre vivant en milieu tempéré est la musaraigne pachyure étrusque et ne pèse que deux grammes. À l'aide de la loi $P(M_c)$, on se propose de retrouver l'ordre de grandeur de cette masse.

   Pour cela, on modélise le corps de l'animal par une sphère homogène de rayon R_a et de masse volumique $\mu \simeq 1,0\ \text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$, de température $T_i = 37°\text{C}$.

   Autour de cette sphère, on considère que l'animal possède une fourrure d'épaisseur e, de masse négligeable, de conductivité thermique $\lambda = 10^{-2}\ \text{W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ proche de celle de l'air.
   On prendra pour la température extérieure $T_e = 20°\text{C}$.



   (a) Déterminer la résistance thermique associée à la fourrure de l'animal. En régime stationnaire, exprimer alors la puissance thermique P dégagée par l'animal en fonction de λ, T_e, T_i, R_a, e (on ne fera pas l'approximation $e \ll R_a$). Cette relation sera notée « relation (1) ».
   (b) En combinant la relation (1) à la loi d'échelle $P(M_c)$, montrer que le rapport e/R_a est une fonction décroissante de R_a.
   (c) Pour des raisons de mobilité, on considère que la plus grande valeur du rapport e/R_a est de l'ordre de 1. En déduire l'ordre de grandeur de la masse du plus petit animal. Ce résultat est-il convenable ?

4.3 La chouette harfang

Le harfang des neiges (Bubo scandiacus ou Nyctea scandiaca), appelé aussi chouette harfang, est un oiseau de l'ordre des Strigiformes, qui comprend les rapaces nocturnes tels que les chouettes et les hiboux. Le harfang vit principalement dans la toundra arctique. Sa masse est de l'ordre de 2,0 kg et sa température corporelle est de 41°C. Son plumage est assimilée à une couche isolante d'épaisseur $e = 1,0$ cm de conductivité thermique $\lambda = 0,05\ \text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Pour maintenir sa température corporelle, on considérera que la chouette harfang réalise l'oxydation du glucose $C_6H_{12}O_6$ par le dioxygène de l'air, les produits de la réaction étant l'eau et le dioxyde de carbone.

En exploitant la relation (1) de la partie précédente, estimer numériquement la consommation de dioxygène en litre par heure pour la chouette placée dans un environnement à 0°C.

Données :

	glucose	dioxyde de carbone	eau
$\Delta_f H°$ ($\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$)	-1273,3	-393,52	-285,10