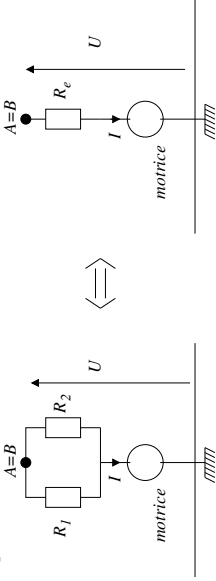


**Q1.** Agir sur la caténaire nécessiterait un arrêt du trafic. Le changement de la bande de captage du pantographe peut être effectué lors de la maintenance de la motrice.

**Q2.** Le graphite est un conducteur électrique. Il est peu dur et friable ce qui entraîne un faible coefficient de frottement. En tant que conducteur électrique, le graphite est utilisé dans les systèmes balais-collecteurs des moteurs à courant continu ainsi que pour la réalisation d'électrodes dans le cas d'électrolyseur.

**Q3.** Les points A et B étant au même potentiel, les résistances  $R_1$  et  $R_2$  peuvent être considérées comme étant en parallèle :



C'est à dire pour la résistance équivalente :

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{r x \times r(L-x)}{rL} = \frac{r(L-x)x}{L} \Leftrightarrow R_e = Lr \left(1 - \frac{x}{L}\right) \times \frac{x}{L}$$

**Q4.** En posant  $u = x/L$ , on considère l'application  $f : u \rightarrow (1-u) \times u$ .  $f(u)$  est nulle en  $u = 0$  et  $u = 1$  et est maximale en  $u = 1/2$ .

$R_e$  est donc maximale en  $x = L/2$ .

**Q5.** Pour  $x = L/2$ ,  $R_e = \frac{Lr}{4}$ . Application numérique :

$$R_e = \frac{10 \times 0,020}{4} \Rightarrow R_e = 0,050 \Omega$$

**Q6.** La résistance équivalente est parcourue par le courant d'intensité  $I$  :

$$\overline{U_R} = R_e \times I \quad U_R = 0,050 \times 2,5 \times 10^3 \quad \overline{U_R} = 1,3 \times 10^2 \text{ V}$$

**Q7.** La puissance générée  $\mathcal{P}_g = UI$  se répartit entre la puissance dissipée par effet Joule  $\mathcal{P}_J = U_R I$  et la puissance fournie à la motrice  $\mathcal{P}_m$  :

$$\mathcal{P}_g = \mathcal{P}_J + \mathcal{P}_m \Rightarrow UI = U_R I + \mathcal{P}_m$$

Le rendement  $\eta$  est le rapport de la puissance utile motrice à la puissance générée :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_m}{\mathcal{P}_g} = \frac{UI - U_R I}{UI} \Leftrightarrow \eta = \frac{U - U_R}{U} = 1 - \frac{U_R}{U}$$

Application numérique :  $\eta = 1 - \frac{125}{1500} \Rightarrow \eta = 92\%$

$U_R = 0$  pour  $x = 0$  ou  $x = L$ , le rendement est unitaire en A ou B.

**Q8.** L'utilisation de hautes tensions permet de diminuer les pertes en ligne.

**Q9.** La fréquence de 50 Hz est celle du réseau d'électricité français. Pour passer de 63 kV à 25 kV, on utilise un transformateur.

**Q10.** Remarque : des notations infinitésimales  $dz$  et  $dt$  auraient été mieux adaptées, on poursuit cependant avec les notations de l'énoncé. Les flux au sein du système s'expriment à l'aide de la loi de Fourier, le flux conducto-convectif à l'aide de la loi de Newton, en conséquence :

- flux entrant :  $\Phi(z, t) = j_Q(z, t) \times \pi R^2 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}(z, t) \times \pi R^2$  ;
- flux sortant :  $\Phi(z + \Delta z, t) = j_Q(z + \Delta z, t) \times \pi R^2 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}(z + \Delta z, t) \times \pi R^2$  ;
- flux conducto-convectif latéral :  $\Phi_{rad}(z, t) = h [T(z, t) - T_e] \times 2\pi R \Delta z$ .

**Q11.** La résistance électrique d'un élément de longueur  $\Delta z$ , de conductivité  $\gamma$  et de section droite  $\pi R^2$  vaut  $\frac{\Delta z}{\gamma \pi R^2}$ , ce qui donne pour l'énergie dissipée par effet Joule pendant  $\Delta t$  :

$$\mathcal{E}_J = \frac{\Delta z}{\gamma \pi R^2} \times I^2 \times \Delta t$$

**Q12.** On applique alors le premier principe de la thermodynamique pour cet élément de câble entre deux instants voisins  $t$  et  $t + \Delta t$ . Pour cet élément solide, on néglige le travail des forces de pression vis à vis des échanges thermiques :

$$\Delta U = \rho c \pi R^2 \Delta z \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t = [\Phi(z, t) - \Phi(z + \Delta z, t) - \Phi_{rad}(z, t)] \Delta t + \mathcal{E}_J$$

$$\Leftrightarrow \rho c \pi R^2 \Delta z \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Delta z \times \pi R^2 \Delta t - h [T(z, t) - T_e] \times 2\pi R \Delta z \Delta t + \frac{\Delta z}{\gamma \pi R^2} \times I^2 \times \Delta t$$

On en déduit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{2h}{\rho c R} \times (T - T_e) + \frac{I^2}{\gamma \rho c \times \pi^2 R^4}$$

avec  $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ ,  $b = \frac{2h}{\rho c R}$  et  $d = \frac{I^2}{\gamma \rho c \times \pi^2 R^4}$ .

**Q13.**

$$f(x + \varepsilon) = f(x) + \varepsilon f'(x) + \frac{\varepsilon^2}{2} f''(x) + o(\varepsilon^2) \quad \text{et} \quad f(x - \varepsilon) = f(x) - \varepsilon f'(x) + \frac{\varepsilon^2}{2} f''(x) + o(\varepsilon^2)$$

**Q14.** En sommant les deux expressions précédentes, la dérivée première disparaît et on en déduit :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left( \frac{f(x + \varepsilon) + f(x - \varepsilon) - 2f(x)}{\varepsilon^2} \right) = f''(x)$$

**Q15.** D'après le résultat précédent :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}(z_k, t) = \frac{T(z_{k+1}, t) + T(z_{k-1}, t) - 2T(z_k, t)}{(\Delta z)^2}$$

**Q16.** En assimilant la dérivée au taux d'accroissement :

$$\frac{\partial T}{\partial t}(z_k, t_p) = \frac{T(z_k, t_{p+1}) - T(z_k, t_p)}{\Delta t}$$

**Q17.** Avec les approximations des dérivées, on obtient :

$$\frac{T(z_k, t_{p+1}) - T(z_k, t_p)}{\Delta t} = a \times \frac{T(z_{k+1}, t_p) + T(z_{k-1}, t_p) - 2T(z_k, t_p)}{(\Delta z)^2} - bT(z_k, t_p) + c$$

$$\Leftrightarrow T(z_k, t_{p+1}) = T(z_k, t_p) + \Delta t \times \left[ a \times \frac{T(z_{k+1}, t_p) + T(z_{k-1}, t_p) - 2T(z_k, t_p)}{(\Delta z)^2} - bT(z_k, t_p) + c \right]$$

**Q18.** Il s'agit d'affecter  $T_0$  aux éléments de la première ligne du tableau ; on peut proposer :

Tab[0, :] = T0

ou

```
for k in range(N+1):
    Tab[0, k]=T0
```

La seconde méthode avec le **range** est peut-être à privilégier plutôt que le raccourci permis par les tableaux Numpy de Python.

**Q19.**

```
T[p+1, k]=T[p, k]+dt*(a*(T[p, k+1]-2*T[p, k]+T[p, k-1])/(dz**2)-b*T[p, k]+e)
```

**Q20.** On doit imposer la valeur  $T_0$  à tous les éléments de la première colonne ; on peut proposer :

```
Tab[:, 0]=T0
```

ou

```
for k in range(N+1):
    Tab[k, 0]=T0
```

**Q21.** On effectue le bilan thermique pour la tranche située entre  $-L_c/2 - \Delta z$  et  $-L_c/2$ . Par rapport au précédent bilan, on remplace le flux en sortie, précédemment obtenu *via* la loi de Fourier, par le terme proposé par l'énoncé qui est compté « rentrant » d'où le « +j ».

$$\rho c \pi R^2 \Delta z \frac{\partial T}{\partial t} \Delta t = \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} (-L_c/2 - \Delta z, t) + j \right) \pi R^2 \Delta t - h(T(-L_c/2, t) - T_c) 2\pi R \Delta z \Delta t + \frac{\Delta z}{\gamma \pi R^2} I^2 \Delta t$$

Ce qui donne après simplification :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\Delta z} \times \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} (-L_c/2 - \Delta z, t) + j \right) - \frac{2h}{R} (T(-L_c/2, t) - T_c) + \frac{I^2}{\gamma \pi^2 R^4}$$

On approxime alors les dérivées par les taux d'accroissement et on discrétise les expressions (l'extrémité du domaine  $z = -L_c/2$  correspondant à la dernière colonne) :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T(-L_c/2, t + \Delta t) - T(-L_c/2, t)}{\Delta z} = \frac{Tab[p+1, N] - Tab[p, N]}{\Delta z}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} (-L_c/2 - \Delta z, t) = \frac{Tab[p, N] - Tab[p, N-1]}{\Delta z}$$

On en déduit :

$$\frac{Tab[p+1, N] - Tab[p, N]}{\Delta t} = -\lambda \times \frac{Tab[p, N] - Tab[p, N-1]}{(\Delta z)^2} + \frac{j}{\rho c \Delta z} - \frac{2h}{\rho c R} (Tab[p, N] - T_c) + \frac{I^2}{\gamma \pi^2 R^4 \rho c}$$

Par identification avec le code proposé :  $g = \frac{j}{\rho c}$ .

**Q22.** On constate que les courbes pour  $T = 1000$  s et  $T = 1200$  s sont quasiment confondues, on peut considérer que le **régime stationnaire est atteint**.

**Q23.** En régime stationnaire  $\vec{E} = -\text{grad}V$ .

**Q24.** En l'absence de densité volumique de charges, l'équation de Maxwell-Gauss se simplifie selon  $\text{div}(\vec{E}) = 0$ ; en la couplant avec le résultat précédent, on en déduit que le potentiel électrostatique vérifie une équation de Laplace :

$$\Delta V = 0$$

**Q25.** Entre deux équipotentielles voisines distante de  $\Delta e$ , la norme du champ électrique peut être approchée par :

$$E \approx \frac{\Delta V}{\Delta e}$$

Pour les deux points considérés, la différence de potentiel est la même :  $\Delta V = 3 \times 10^{-6}$  V ; pour le point C l'espacement est de l'ordre de 3 mm et plutôt de 0,3 mm autour du point D, on en déduit :

$$E_C \approx 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{et} \quad E_D \approx 10^{-2} \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

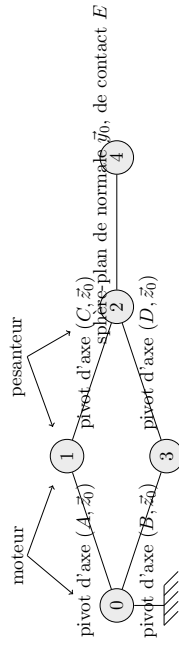
Localement la puissance volumique dissipée par effet Joule vaut  $p_v = \vec{j} \cdot \vec{E} = \gamma E^2$ , un champ électrique plus intense est associé à un effet Joule plus important, la température est donc plus élevée en D qu'en C.

**Q26.** La constante de temps associée à l'évolution thermique est de l'ordre de  $\tau_{th} \approx 1,0 \times 10^3$  s (Cf. figure 6 de l'énoncé). La constante de temps associée aux évolutions électromagnétiques est de l'ordre de  $\tau_{EM} \approx D/c$  avec D la taille du système et c la célérité de la lumière dans le vide ; Dans tous les cas,  $\frac{\tau_{EM}}{\tau_{th}} \ll 1$ . Contrairement à ce que semble suggérer l'énoncé, il semble possible de traiter l'aspect électrique en se plaçant dans un régime ARQS, pour lequel potentiel et champ électriques se remettent immédiatement à l'équilibre à chaque évolution de la température.

**Q27.** On constate que les écarts relatifs sont plus importants aux temps courts. **Le modèle n'est pas adapté au régime transitoire.**

**Q28.** La jauge de déformation qui est constituée d'un fil de cuivre noyé dans une résine est collée sur une pièce devant se déformer. Cette dernière est le corps d'épreuve du capteur. La jauge est en fait une résistance déformable faisant partie d'un pont de Wheatstone. Avant déformation de la jauge, le pont est équilibré. Lorsque la jauge se déforme, le pont est déséquilibré (variation de la longueur du fil) et une tension (grandeur de sortie du capteur) apparaît au sein du pont de Wheatstone. Celle-ci mesure la déformation de la jauge. Cette déformation est directement liée à la contrainte dans le corps d'épreuve (loi de Hooke,  $\sigma = E\varepsilon$ , dans laquelle,  $\sigma$  est la contrainte,  $\varepsilon$  la déformation et E le module d'élasticité du matériau du corps d'épreuve. La contrainte (traction-compression) est directement liée à l'effort exercé sur le corps d'épreuve ( $\sigma = \frac{dF}{dS}$ ). Ainsi, la jauge d'extensométrie mesure indirectement l'effort exercé sur le corps d'épreuve.

**Q29.**



**Q30.** Le problème étant supposé plan, le solide 3 est soumis à l'action de deux glisseurs  $\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)$  et  $\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)$ . Ces deux glisseurs sont alors dirigés par  $\vec{x}_3$  et passent par la droite (BC). On en déduit l'expression demandée :

$$\mathcal{T}(2 \rightarrow 3) = \begin{cases} X_{23} \vec{x}_3 \\ D \end{cases} \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

**Q31.** La pièce 2 est soumise à l'action de quatre glisseurs :

$$\begin{aligned} - \mathcal{T}(3 \rightarrow 2) &= \begin{cases} X_{32} \vec{x}_3 \\ D \end{cases} \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} ; \\ - \mathcal{T}(4 \rightarrow 2) &= \begin{cases} -F_c \vec{y}_0 \\ E \end{cases} \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} ; \end{aligned}$$

**Q36.** La plage des 50 % correspond au quart de l'étendue de l'intervalle  $[F_{C_{\min}}, F_{C_{\max}}]$ . Ainsi,

$$\varepsilon\% = \frac{F_{C_{\max}} - F_{C_{\min}}}{4F_{C_{\text{moy}}}}$$

Pour les deux cas :

$$\begin{aligned} \text{--- pour } V \leq 200 \text{ km/h, } \varepsilon\% &= \frac{30}{4(0,00047V^2 + 75)}; \\ \text{--- pour } V > 200 \text{ km/h, } \varepsilon\% &= \frac{0,0005V^2 + 10}{4(0,00072V^2 + 65)}. \end{aligned}$$

**Q37.** Pour  $V \leq 200$  km/h, la fonction est décroissante et atteint son minimum pour  $V = 200$  km/h. Pour  $V > 200$  km/h, la dérivée de  $\varepsilon\%$  est

$$\frac{d\varepsilon\%}{dV} = \frac{0,224V}{(0,00288V^2 + 260)^2} > 0$$

L'erreur va croître est sera minimale pour  $V = 200$  km/h. On en déduit la valeur de  $V$  pour obtenir la valeur minimale de l'erreur :

$$\boxed{V = 200 \text{ km/h}}$$

**Q38.** Cette flèche crée une perturbation pour l'asservissement de l'effort de contact en faisant varier la distance entre le pantographe et la caténaire de façon périodique.

**Q39.** La force de tension sur l'extrémité gauche de l'élément de fil s'écrit  $\vec{T}_g = \vec{T}(x)$ , la force de tension sur l'extrémité droite s'écrit  $\vec{T}_d = -\vec{T}(x+dx)$ ; on en déduit à l'équilibre.

$$\boxed{\vec{0} = \delta P + \vec{T}_g + \vec{T}_d = \delta P + \vec{T}(x) - \vec{T}(x+dx)}$$

C'est à dire, en projection et pour les normes :

$$\boxed{T_h(x+dx) - T_h(x) = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{T_v(x+dx) - T_v(x) - \delta P = 0}$$

**Q40.** La première équation montre que la composante horizontale de la tension ne dépend pas de  $x$ ,  $T_h$  est donc **uniforme** et non « constante » comme l'indique l'énoncé (le caractère constant est garanti par l'étude statique).

**Q41.** On applique le théorème de Pythagore pour le triangle de la figure 19 :

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 = dx^2 \times \left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right) \Rightarrow \boxed{dl = dx \sqrt{1 + y'(x)^2}}$$

**Q42.** On utilise alors l'équation donnant la projection de l'équilibre des forces sur l'axe vertical :

$$T_v(x+dx) - T_v(x) = \mu g dl = \mu g dx \sqrt{1 + y'(x)^2} \Rightarrow \boxed{T_v'(x) = \mu g \sqrt{1 + y'(x)^2}}$$

**Q43.**  $T_h$  étant uniforme,  $T_v(x) = T_h \times y'(x)$ , ce qui donne en reportant dans la relation précédente :

$$T_h y''(x) = \mu g \sqrt{1 + y'(x)^2} \Leftrightarrow y''(x) = \frac{\mu g}{T_h} \sqrt{1 + y'(x)^2}$$

On pose alors  $u(x) = y'(x)$  et l'équation différentielle prend la forme :

$$u'(x) = \frac{\mu g}{T_h} \sqrt{1 + u^2} \Leftrightarrow \frac{du}{dx} = \frac{\mu g}{T_h} \sqrt{1 + u(x)^2}$$

En séparant les variables, on en déduit :

$$\frac{du}{\sqrt{1 + u(x)^2}} = \frac{\mu g}{T_h} dx \Leftrightarrow \operatorname{arsh}(u) = \frac{\mu g}{T_h} x + \alpha \Leftrightarrow y'(x) = u(x) = \operatorname{sh} \left( \frac{\mu g}{T_h} x + \alpha \right)$$

Une dernière intégration conduit à :

$$\begin{aligned} \text{--- } \mathcal{T}(1 \rightarrow 2) &= \int_C (X_{12}\vec{x}_2 + Y_{12}\vec{y}_2) ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(pes \rightarrow 2) &= \int_{C_2} \begin{cases} -m_2g\vec{y}_0 \\ 0 \end{cases} . \end{aligned}$$

L'application du théorème du moment statique à 2 au point  $C$  en projection sur  $\vec{z}_0$  conduit à

$$\vec{z}_0 \cdot (\vec{CD} \wedge X_{32}\vec{x}_3 - \vec{CE} \wedge F_c\vec{y}_0 - \vec{CG}_2 \wedge m_2g\vec{y}_0) = 0$$

c'est-à-dire

$$\vec{z}_0 \cdot ((-c\vec{x}_2 + d\vec{y}_2) \wedge X_{32}\vec{x}_3 - c\vec{x}_2 \wedge F_c\vec{y}_0 - b\vec{x}_2 \wedge m_2g\vec{y}_0) = 0$$

soit

$$-X_{32}(c \sin(\gamma - \beta) + d \cos(\gamma - \beta)) - cF_c \cos \beta - m_2gb \cos \beta = 0$$

On en déduit le résultat demandé

$$\boxed{X_{32} = -\frac{\cos \beta (cF_c + m_2gb)}{c \sin(\gamma - \beta) + d \cos(\gamma - \beta)}}$$

**Q32.** On isole l'ensemble  $\{1, 2\}$ . L'inventaire des actions mécaniques extérieures à cet ensemble est :

$$\begin{aligned} \text{--- } \mathcal{T}(3 \rightarrow 2) &= \int_D \begin{cases} X_{32}\vec{x}_3 \\ 0 \end{cases} ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(0 \rightarrow 1) &= \int_A \begin{cases} X_{02}\vec{x}_0 + Y_{01}\vec{y}_0 \\ 0 \end{cases} ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(m \rightarrow 1) &= \int_A \begin{cases} C_m\vec{z}_0 \\ -F_c\vec{y}_0 \end{cases} ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(4 \rightarrow 2) &= \int_E \begin{cases} -F_c\vec{y}_0 \\ 0 \end{cases} ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(pes \rightarrow 1) &= \int_{G_1} \begin{cases} -m_1g\vec{y}_0 \\ 0 \end{cases} ; \\ \text{--- } \mathcal{T}(pes \rightarrow 2) &= \int_{G_2} \begin{cases} -m_2g\vec{y}_0 \\ 0 \end{cases} . \end{aligned}$$

On applique le théorème du moment statique en  $A$  en projection sur  $\vec{z}_0$ .

**Q33.** Les trois tracés sont assimilables à des droites parallèles pour la plage de valeurs de l'effort  $F_c$  donnée. Les valeurs du couple moteur sont évidemment dépendantes des masses des bras. La modélisation par une droite de la courbe  $C_m = f(F_c)$  permet de justifier la modélisation de la fonction de transfert par un gain (pente de la droite) dans le cas où l'on néglige les masses (valeur nulle du couple  $C_m$  pour  $F_c = 0$ ).

**Q34.** Pour les deux bras, l'évolution de l'effort normal est proportionnelle à la force de contact. Pour le bras inférieur, la sensibilité vaut  $\frac{7000 - 6000}{200 - 120} = 12,5 \text{ N/N}$ . Pour le bras supérieur, la sensibilité

vaut  $\frac{64}{200} = 0,32 \text{ N/N}$ . Le bras supérieur permet donc une meilleure mesure que le bras inférieur. Par contre, l'effort normal dans le bras inférieur n'est pas nul pour une force de contact nulle.

**Q35.** On peut proposer comme équation :

$$F_{C_{\text{moy}}} = \frac{F_{C_{\max}} + F_{C_{\min}}}{2}$$

En utilisant les inéquations données dans le document 1 du sujet, on a :

$$\begin{aligned} \text{--- pour } V \leq 200 \text{ km/h, } F_{C_{\text{moy}}} &= 0,00047V^2 + 75 \text{ N}; \\ \text{--- pour } V > 200 \text{ km/h, } F_{C_{\text{moy}}} &= 0,00072V^2 + 65 \text{ N}. \end{aligned}$$

$$y(x) = a \times \operatorname{ch}\left(\frac{x}{a} + \alpha\right) + \beta$$

$$\text{avec } a = \frac{L_1}{\mu g}$$

**Q44.** Il existe deux fréquences pour lesquelles la force de contact est amplifiée : 1,5 Hz et 11,2 Hz environ.

La distance entre 2 poteaux est de 60 m. À 320 km/h (environ 89 m/s), le temps de parcours entre deux poteaux vaut  $\frac{60}{89} \approx 0,67$  s, qui correspond à une fréquence  $f = \frac{1}{0,67} \approx 1,5$  Hz.

**Q45.** La bande passante doit être supérieure à  $1,5 \times f_2 \approx 16,6$  Hz afin de récupérer le signal et filtrer les perturbations.

**Q46.** Compte tenu du cahier des charges,

- limiter l'erreur statique et le dépassement à 8 % ;
- bande passante fixée à plus de 16,6 Hz ;
- pas de contrainte sur le temps de réponse ;
- pour le système le plus rapide avec dépassement on peut fixer le temps de réponse à 30 ms car  $\omega_0 \times t_{r3} \% = 3$ .

**Q47.** Le comportement du pantographe est assimilable à un système masse-ressort-amortisseur. Une variation de hauteur de la caténaire correspond à une variation de déplacement du système masse-ressort-amortisseur et donc à une variation de l'effort de contact entre la caténaire et le pantographe.

**Q48.** Dans le domaine de Laplace avec les conditions de Heaviside, on obtient :

$$m\dot{p}^2 Y_M(p) = -(k + fp)(Y_M(p) - Y_L(p)) + F_m(p)$$

**Q49.** On obtient directement la forme demandée :

$$Y_M(p) = \frac{1}{k + fp + m\dot{p}^2} ((k + fp)Y_L(p) + F_m(p))$$

$$A(p) = k + fp \quad B(p) = \frac{1}{k + fp + m\dot{p}^2}$$

**Q50.** En écrivant l'équation du schéma-bloc, on a :

$$F(p) = (A(p)B(p)(A(p)Y_L(p) + H_c(p)C(p)(F_c(p) - F(p)) - A(p)Y_L(p))$$

en réarrangeant la relation, il vient :

$$F(p) = \frac{A(p)B(p)C(p)H_c(p)}{1 + A(p)B(p)C(p)H_c(p)} F_c(p) + \frac{A(p)(A(p)B(p) - 1)}{1 + A(p)B(p)C(p)H_c(p)} Y_L(p)$$

**Q51.** Pour une fréquence de 1 Hz, le gain de la fonction de transfert  $H_2(j\omega)$  vaut 42 dB, ce qui correspond à un gain de  $10^{\frac{42}{20}} \approx 126 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ . L'amplitude de la sinusoïde vaut 0,06 m, l'effort maximal dû à la perturbation vaut alors  $126 \times 0,06 = 7,5 \text{ N}$ .

**Q52.** La valeur de l'effort moyen est  $F_{C_{\text{moy}}} = 138,7 \text{ N}$  (calculée à partir de la relation obtenue à la question 35). L'erreur relative vaut donc  $\varepsilon\% = \frac{7,5}{138,7} = 5,4 \% < 8 \%$ . L'exigence est validée.