

## DNS01 (correction). Banque PT, Épreuve B, 2020

**Q1.** Partant de l'identité thermodynamique écrite pour les grandeurs massiques  $du = Tds - Pdv = Tds$  pour un liquide incompressible et en considérant  $du = cdT$  pour cette phase condensée idéalisée, on en déduit :  $cdT = Tds$ . **Une évolution isentropique se confond donc avec une évolution isotherme.**

**Q2.** Positionnement des points (Cf. annexe en dernière page) :

- dans le domaine liquide on positionne le point à l'intersection de l'isobare  $P = 1,0$  bar et l'isotherme  $T = 25^\circ\text{C}$ ;
- d'après la question 1, on suit cette isotherme pour atteindre le point  $B$  à la pression  $P = 40$  bar ;
- on se déplace alors horizontalement le long de l'isobare  $P = 40$  bar pour atteindre successivement les points  $C$  et  $D$  en croisant la courbe de saturation, puis le point  $E$  en croisant l'isotherme  $375^\circ\text{C}$  ;
- il reste alors à longer une isentropique pour atteindre le point  $F$  dans le domaine diphasé à la pression  $P = 1,0$  bar avant de rejoindre le point  $A$  pour boucler le cycle.

On en déduit les valeurs du tableau par lecture graphique :

	$P$ (bar)	$T$ ( $^\circ\text{C}$ )	$h$ ( $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ )
A	1,0	25	105
B	40	25	110
C	40	250	$1,08 \times 10^3$
D	40	250	$2,8 \times 10^3$
E	40	375	$3,15 \times 10^3$
F	1,0	100	$2,4 \times 10^3$

**Q3.** Partant de  $dh = Tds + vdp = vdp$  (isentropique) et un volume massique constant, on en déduit par intégration :

$$\Delta h_{AB} = v\Delta P = \frac{\Delta P}{\rho_{\text{eau}}}$$

D'autre part, en appliquant le premier principe industriel au fluide entre  $A$  et  $B$ , en l'absence d'échange thermique :

$$w_{u,\text{compr.}} = \Delta h_{AB} \Rightarrow w_{u,\text{compr.}} = \frac{\Delta P}{\rho_{\text{eau}}}$$

$$\text{A.N. : } w_{u,\text{compr.}} = \frac{39 \times 10^5}{10^3} \Rightarrow w_u \approx 3,9 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}.$$

Cette valeur semble compatible avec la lecture graphique peu précise.

**Q4.** On applique le premier principe industriel au fluide lors de l'évolution  $BE$  (absence de travail utile) :

$$q_c = \Delta h_{BE} \Rightarrow q_c \approx 3,0 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

**Q5.** On commence par appliquer le premier principe industriel au fluide lors de l'évolution  $EF$  (absence d'échange thermique) :

$$w_{u,\text{det.}} = \Delta h_{EF} \Rightarrow w_{u,\text{det.}} \approx -7,5 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Le rendement thermodynamique est alors le travail cédé par le système sur un cycle divisé par le transfert thermique reçu de la source chaude :

$$r_{th.} = \frac{-w_{\text{cycle}}}{q_c} = \frac{-w_{u,\text{det.}} - w_{u,\text{compr.}}}{q_c} \approx \frac{-w_{u,\text{det.}}}{q_c}$$

$$\text{A.N. : } r_{th.} = \frac{7,5 \times 10^2}{3,0 \times 10^3} \Rightarrow r_{th} \approx 0,25.$$

**Q6.** En tenant compte du rendement de l'alternateur :

$$r_{elec.} = 0,90 \times r_{elec} \Rightarrow r_{elec.} \approx 23\%$$

**Q7.** Par lecture graphique  $x_F \approx 0,88$ . D'après la règle des moments :

$$h_F - h_L(100^\circ\text{C}) = x_F \times [h_v(100^\circ\text{C}) - h_L(100^\circ\text{C})]$$

Avec  $h_F = 2,4 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $h_L(100^\circ\text{C}) = 4,2 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , et  $h_v(100^\circ\text{C}) = 2,67 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Q8.** Appliquons le second principe de la thermodynamique sur un cycle pour le fluide :

$$0 = \Delta s = \frac{q_c}{T_c} + \frac{q_f}{T_f} + s_c = \frac{\Delta h_{BE}}{T_E} + \frac{\Delta h_{FA}}{T_A} + s_c$$

$$s_c = -\frac{\Delta h_{BE}}{T_E} - \frac{\Delta h_{FA}}{T_A}$$

Avec  $T_A = 298 \text{ K}$ ,  $T_E = 648 \text{ K}$ ,  $\Delta h_{BE} = 3,0 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $\Delta h_{FA} = -2,3 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Q9.** Cf. annexe pour le graphique. On en déduit par lecture graphique les valeurs du tableau :

	$P$ (bar)	$T$ (°C)	$h$ (kJ · kg <sup>-1</sup> )
E'	≈ 6,8	165	$2,76 \times 10^3$
E''	≈ 6,8	375	$3,22 \times 10^3$
F'	1,0	135	$2,75 \times 10^3$

**Q10.** Le transfert thermique massique reçu de la source chaude vaut maintenant :

$$q_c = \Delta h_{BE} + \Delta h_{E'E''} = 3,0 \times 10^3 + 0,46 \times 10^3 \Rightarrow q_c = 3,5 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Compte tenu du « faible » coût de compression, le travail massique mécanique récupéré s'identifie quasiment en valeur absolue au travail utile lors des détenteurs :

$$w_{meca} \approx |\Delta h_{EE'} + \Delta h_{E''F'}| = 8,6 \times 10^2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Ce qui donne pour le nouveau rendement thermodynamique :

$$r_{th.} = \frac{8,6 \times 10^2}{3,5 \times 10^3} \Rightarrow \boxed{r_{th.} \approx 0,25}$$

**Q11.** On cherche avant tout à éviter la formation d'eau liquide. La présence de gouttes liquides pourrait **endommager les pales de la turbine**.

**Q12.** En appliquant le premier principe industriel au fluide entre  $F$  et  $A$ , on en déduit :

$$q_f = \Delta h_{FA} = -2,3 \times 10^3 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Compte tenu du débit, cela correspond à une puissance thermique :

$$P_{th.} = D_m \times |q_f| = \frac{17 \times 10^3}{3,6 \times 10^3} \times 2,3 \times 10^3 \Rightarrow \boxed{P_{th} = 10 \text{ MW}}$$

En considérant les deux chaudières on retrouve la puissance annoncée de 20 MW.

**Q13.** Sur une année, 96 GWh d'énergie thermique sont vendus pour 20000 habitants ce qui représente **4,8 MWh/an/habitant**. En considérant une moyenne de 3 habitants par logement de 100 m<sup>2</sup>, on approche la valeur proposée de **15 MWh/an/habitation** qui ne couvre cependant pas les besoins en eau chaude sanitaire.

**Q14.** Avec des besoins annuels de bois se chiffrant à plusieurs dizaines de milliers de tonnes, cela nécessite sans doute plusieurs milliers de trajets en camion pour les acheminer, ces trajets produisant du dioxyde de carbone.

Avec 250 g de CO<sub>2</sub> libérés par la production de 1,0 kWh d'énergie thermique par combustible fossile, la production de 54 GWh d'énergie thermique par le bois permet d'économiser  $14 \times 10^3$  tonnes de CO<sub>2</sub>, ce qui semble inférieur à la donnée

proposée.

**Q15.** On applique un premier principe industriel à l'eau du réseau urbain entre l'entrée et la sortie du dispositif alimentant le lycée :

$$D_m \Delta h = \rho_{\text{eau}} Q c_{\text{eau}} \Delta T = \mathcal{P}_{th}$$

$$\text{A.N. } \mathcal{P}_{th} = 10^3 \times 4,2 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^3 \times (70 - 95) \Rightarrow \boxed{\mathcal{P}_{th} = -4,2 \times 10^2 \text{ kW}}$$

Cette puissance thermique perdue par l'eau du réseau urbain peut être récupérée par le lycée et correspond à la puissance indiquée. Notons cependant qu'il s'agit d'une puissance optimale ne prenant pas en compte les pertes dans les échangeurs.

**Q16.** Courbe 1 :  $T_C(x)$  ; courbe 2 :  $T_F(x)$ .

**Q17.** Avec le modèle à contre-courant, on constate que la température  $T_F$  en sortie de l'échangeur ( $T_F(x=0)$ ) est supérieure à la température  $T_C$  en sortie de l'échangeur ( $T_C(x=D)$ ), ceci ne serait pas possible dans une structure en co-courant.

**Q18.** On applique un premier principe industriel au fluide dans le réseau urbain entre  $x$  et  $x+dx$ , avec une surface d'échange  $Ldx$  :

$$D_C \times dh = D_C c_{\text{eau}} \times [T_C(x+dx) - T_C(x)] = -h(T_C(x) - T_F(x))Ldx$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dT_C}{dx} = -\frac{hL}{D_C c_{\text{eau}}} \times [T_C(x) - T_F(x)]}$$

On applique un premier principe industriel au fluide dans le réseau du lycée entre  $x+dx$  et  $x$  (attention au sens de circulation du fluide!) :

$$D_F c_{\text{eau}} \times [T_F(x) - T_F(x+dx)] = h(T_C(x) - T_F(x))Ldx$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dT_F}{dx} = -\frac{hL}{D_F c_{\text{eau}}} \times [T_C(x) - T_F(x)]}$$

On soustrait alors les deux équations pour en déduire l'expression proposée

$$\boxed{\frac{d(T_C - T_F)}{T_C - T_F} = -\frac{hL}{c_{\text{eau}}} \left[ \frac{1}{D_C} - \frac{1}{D_F} \right] dx}$$

**Q19.** Soit  $P$  la puissance thermique reçue par le fluide du réseau du lycée entre l'entrée et la sortie. Un premier principe industriel appliqué à ce fluide conduit à :

$$D_F c_{\text{eau}} [T_F(0) - T_F(D)] = P \Leftrightarrow [T_F(0) - T_F(D)] = \frac{P}{D_F c_{\text{eau}}}$$

En faisant de même pour le fluide du réseau urbain :

$$D_C c_{\text{eau}} [T_C(D) - T_C(0)] = -P \Leftrightarrow [T_C(D) - T_C(0)] = \frac{-P}{D_C c_{\text{eau}}}$$

On somme alors les deux expressions précédentes membre à membre pour en déduire :

$$[T_F(0) - T_F(D) + T_C(D) - T_C(0)] = \frac{P}{c_{\text{eau}}} \left( \frac{1}{D_F} - \frac{1}{D_C} \right)$$

$$\Leftrightarrow [T_F(0) - T_F(D) + T_C(D) - T_C(0)] = \frac{P}{hL} \times \frac{hL}{c_{\text{eau}}} \left( \frac{1}{D_F} - \frac{1}{D_C} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{hL}{P} \times [(T_C(0) - T_F(0)) - (T_C(D) - T_F(D))] = \alpha$$

**Q20.** D'après l'expression obtenue à la question 19 et les valeurs des températures, on en déduit  $\alpha > 0$  et donc  $D_F > D_C$  d'après l'expression de  $\alpha$  à partir des débits.

**Q21.** Par intégration de l'expression (1), on obtient :

$$\ln \left( \frac{T_C(D) - T_F(D)}{T_C(0) - T_F(0)} \right) = -\alpha D = -\frac{hLD}{P} [(T_C(0) - T_F(0)) - (T_C(D) - T_F(D))]$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{P}{LD} \times \frac{\ln \left( \frac{T_C(0) - T_F(0)}{T_C(D) - T_F(D)} \right)}{[(T_C(0) - T_F(0)) - (T_C(D) - T_F(D))]}$$

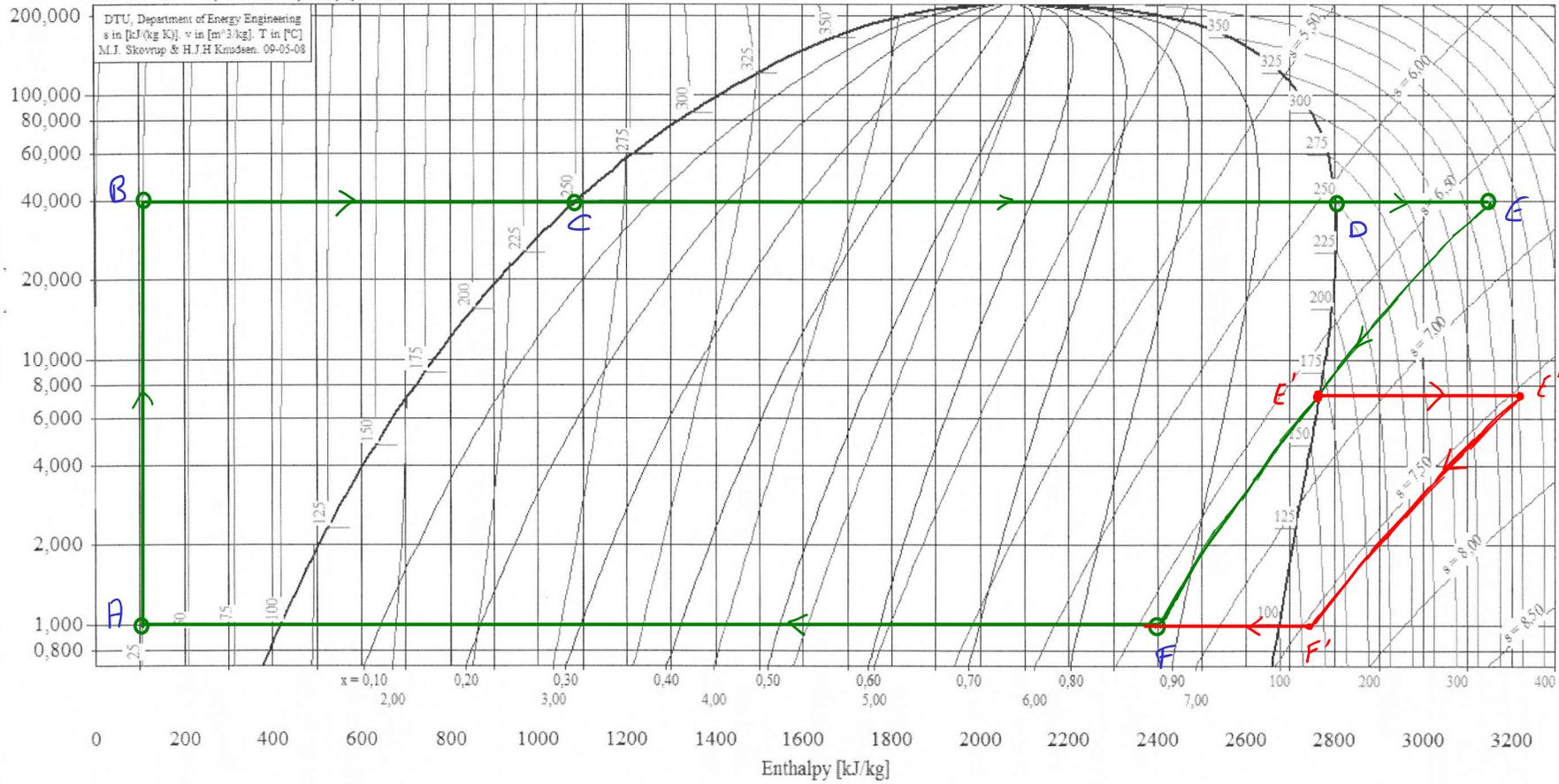
**Q22.** A.N. :

$$h = \frac{4,2 \times 10^5}{0,20 \times 70} \times \frac{\ln(4)}{15} \Rightarrow h = 2,8 \times 10^3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$$

En comparant au tableau de l'énoncé, on conclut à un transfert thermique très efficace.

R718 Ref: W.C.Reynolds: Thermodynamic properties in SI

DTU, Department of Energy Engineering  
s in [kJ/(kg K)], v in [m<sup>3</sup>/kg], T in [°C]  
M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 09-05-08



NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE