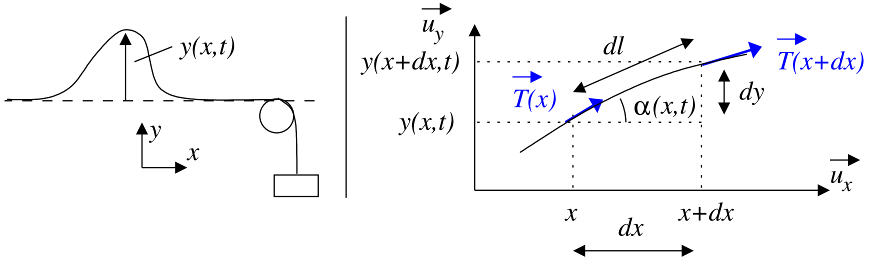
Lycée Naval, Spé 2.
Physique des ondes.
01. Phénomènes de propagation non dispersifs. Équation de d'Alembert.

Équation de d'Alembert unidimensionnelle

1 Ondes transversales sur une corde vibrante

1.1 Principe de l'étude

On considère une corde tendue et on s'intéresse aux petits mouvements verticaux de cette corde en présence d'une perturbation.



Hypothèses :

→ La corde de masse linéique μ est souple, c'est à dire qu'elle n'oppose aucune résistance à sa déformation, la tension est en tout point tangente à la corde.

→ La corde est tendue en ses deux extrémités avec une tension suffisante qui permet de négliger l'influence de la pesanteur.

→ On se limite à des mouvements dans le plan xOy et on néglige les phénomènes de dissipation.

→ Les ébranlements sont de faible amplitude : $|\alpha(x,t)| \ll 1$ rad ; pour la suite, on se limite à des termes d'ordre 1 en α.
En particulier $dx = dl\cos\alpha \simeq dl$ à l'ordre 1 en α.

1.2 Résolution

On applique la relation fondamentale de la dynamique à un élément de corde de longueur $dl \simeq dx$ au voisinage de l'abscisse x.

$\vec{T}(x)$ désigne la force de tension exercée par la partie de la corde située en aval de x sur la partie en amont. En négligeant l'action de la pesanteur, l'équation du mouvement de l'élément de corde s'écrit :

$$\mu dx \times \vec{a} = \vec{T}(x+dx,t) - \vec{T}(x,t)$$

Simplification de l'équation :

$\star$ $\vec{a} \simeq \dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2}\vec{u}_y$ (mouvements verticaux)

$$\mu dx \times \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\vec{u}_y = \frac{\partial \vec{T}(x,t)}{\partial x}dx$$

→ Projection sur l'axe (Ox) :

$$0 = \frac{\partial T_x(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial (T(x,t)\cos\alpha)}{\partial x} \simeq \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}$$

La norme de la tension ne dépend pas de x ; comme on ne change pas T au cours du temps, on en déduit que $T = T_0 = cste$.

→ Projection sur l'axe (Oy) :

$$\mu \times \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial T_y}{\partial x}$$

La tension est tangente à la corde en tout point :

$$\frac{T_y}{T_0} \simeq \frac{T_y}{T_x} = \frac{dy}{dx} \quad \text{donc} \quad T_y = T_0\frac{\partial y}{\partial x}$$

L'équation devient :

$$\mu\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \simeq T_0\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

On obtient l'équation de propagation des ondes transversales sur une corde :

$$\boxed{\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad \text{avec} \quad c = \sqrt{\frac{T_0}{\mu}}}$$

Cette équation est **l'équation de d'Alembert** à une dimension.

Les ondes se propagent à la célérité c, grandeur qui ne dépend que des caractéristiques du milieu de propagation (ici la tension de la corde et sa masse linéique).

Remarque : l'onde étudiée dans cet exemple est une **onde transversale**, la perturbation s'effectue dans une direction perpendiculaire à la propagation.
Pour une **onde longitudinale**, la perturbation s'effectue le long de la direction de propagation (ondes sonores).

2 Familles de solutions de l'équation de d'Alembert

2.1 Solution générale

Considérons une fonction $f(x,t) = f(u)$ avec $u(x,t) = t - x/c$ et vérifions que cette fonction est solution de l'équation de d'Alembert à une dimension :

$\star$ $\dfrac{\partial f}{\partial x} = \dfrac{df(u)}{du} \times \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{df(u)}{du} \times \left(\dfrac{-1}{c}\right)$

$\star$ $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(-\dfrac{1}{c}\dfrac{df(u)}{du}\right) = -\dfrac{1}{c}\dfrac{d^2 f(u)}{du^2} \times \dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{d^2 f(u)}{du^2}$

De même : $\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \dfrac{d^2 f(u)}{du^2}$

On en déduit : $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \dfrac{1}{c^2}\dfrac{d^2 f(u)}{du^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{d^2 f(u)}{du^2} = 0.$

On admettra le résultat suivant :

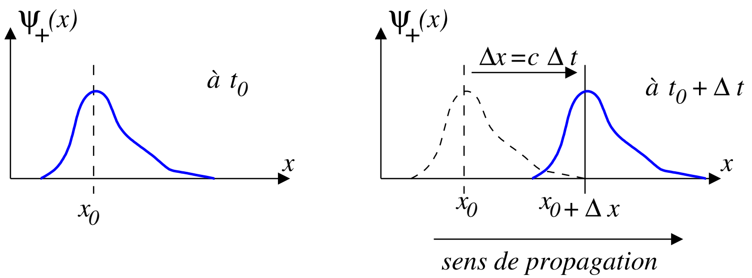
Soit $\psi(x,t)$, telle que $\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$; toute solution de l'équation de d'Alembert unidimensionnelle s'écrit de façon générale sous la forme :

$$\psi(x,t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right) + g\left(t + \frac{x}{c}\right)$$

avec f et g des fonctions quelconques deux fois dérivables.

2.2 Interprétation physique : ondes progressives

$\rightarrow$ Un signal de la forme $\psi_+(x,t) = f(t - x/c)$ correspond à une **onde progressive** se propageant à la célérité c dans le sens des x croissants.

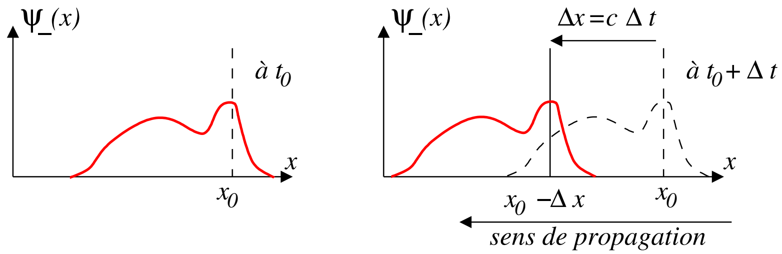


Justification : l'état de perturbation, situé en x_0 à l'instant t_0, se trouve en $x_0 + \Delta x$ à l'instant $t_0 + \Delta t$:

$$\psi_+(x_0 + \Delta x, t_0 + \Delta t) = f\left(t_0 + \cancel{\Delta t} - \frac{x_0}{c} - \frac{\cancel{\Delta x}}{\cancel{c}}\right) = f\left(t_0 - \frac{x_0}{c}\right) = \psi_+(x_0, t_0)$$

à condition que : $\Delta t - (\Delta x)/c = 0$, c'est à dire : $c = \Delta x / \Delta t$.

$\rightarrow$ Un signal de la forme $\psi_-(x,t) = g(t + x/c)$ correspond à une **onde progressive** se propageant à la célérité c dans le sens des x décroissants.



$\rightarrow$ La solution générale de l'équation de propagation est la somme de deux ondes progressives se propageant en sens opposé.

2.3 Ondes progressives harmoniques (ou monochromatiques)

Cherchons des solutions de l'équation de d'Alembert à dépendance sinusoïdale vis à vis du temps.

L'équation étant linéaire à coefficients réels, il est plus simple de considérer la représentation complexe de la solution :

$$\underline{\psi}(x,t) = \underline{\varphi}(x) e^{j\omega t} \quad \text{avec} \quad \psi(x,t) = Re\left[\,\underline{\psi}(x,t)\right]$$

$\underline{\psi}(x,t)$ est solution de l'équation de propagation :

$$\forall t, \quad 0 = \frac{\partial^2 \underline{\psi}}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \underline{\psi}}{\partial t^2} = e^{j\omega t}\left[\frac{d^2 \underline{\varphi}(x)}{dx^2} + \frac{\omega^2}{c^2}\underline{\varphi}(x)\right]$$

L'équation de propagation impose donc : $\dfrac{d^2 \underline{\varphi}(x)}{dx^2} + k^2 \underline{\varphi}(x) = 0$, avec $k^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}$.

La solution générale de cette équation est :

$$\underline{\varphi}(x) = \underline{\psi}_{01} e^{-jkx} + \underline{\psi}_{02} e^{jkx}$$

Les solutions sinusoïdales recherchées sont de la forme :

$$\underline{\psi}(x,t) = \underline{\psi}_{01} e^{j(\omega t - kx)} + \underline{\psi}_{02} e^{j(\omega t + kx)}$$

C'est à dire en notation réelle :

$$\psi(x,t) = \psi_{01}\cos(\omega t - kx + \phi_{01}) + \psi_{02}\cos(\omega t + kx + \phi_{02})$$

On retrouve bien une solution de la forme $\psi(x,t) = f(t - x/c) + g(t + x/c)$.

Une onde progressive harmonique se propageant dans le sens des x croissants s'écrit :

$$\underline{\psi}(x,t) = \underline{\psi}_0 e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c} \quad \text{et} \quad \underline{\psi}_0 = \psi_0 e^{j\phi_0}$$

ou en notation réelle : $\psi(x,t) = \psi_0 \cos(\omega t - kx + \phi_0)$

→ **Relation de dispersion** :

Pour une onde harmonique, la relation entre le **vecteur d'onde** k et la pulsation ω est appelée **relation de dispersion**.

Pour les solutions de l'équation de d'Alembert, elle prend la forme : $k^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}$.

→ **Double périodicité spatio-temporelle** :

⋆ *Périodicité temporelle* : à $x = x_0$ fixé, le signal se reproduit identique à lui-même au bout d'une durée T telle que :

$$\omega \times T = 2\pi \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

⋆ *Périodicité spatiale* : à $t = t_0$ fixé, la plus petite distance entre deux points dans le même état de vibration vaut :

$$2\pi = k\lambda = \frac{\omega\lambda}{c} = \frac{2\pi\lambda}{cT} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\lambda = cT = \frac{2\pi}{k}}$$

La **longueur d'onde** λ, période spatiale, est la distance parcourue par l'onde en une période temporelle T.

→ **Vitesse de phase** :

Une onde de la forme $y(x,t) = y_0 \cos(\omega t - kx)$ est associée à une propagation selon les x croissants.

La grandeur $\varphi(x,t) = \omega t - kx$ est appelée **phase de l'onde**. Le point de phase nulle ($\varphi = 0$) vérifie $x = \dfrac{\omega}{k} t$.

La **vitesse de phase** est la vitesse à laquelle la phase d'une onde progressive harmonique se propage :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

Pour une onde progressive harmonique, solution de l'équation de d'Alembert : $v_\varphi = c$

2.4 Ondes stationnaires

⋆ Définition : une onde **stationnaire** est représentée, en **notation réelle**, sous la forme du produit d'une fonction de l'espace et d'une fonction du temps :

$$\boxed{\psi(x,t) = F(x) \times G(t)}$$

⋆ Solutions stationnaires de l'équation de d'Alembert :

Soit $\psi(x,t) = F(x) \times G(t)$ solution de l'équation de d'Alembert :

$$0 = \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2} = G(t)F''(x) - \frac{1}{c^2}F(x)G''(t)$$

Expression que l'on peut réécrire :

$$c^2 \frac{F''(x)}{F(x)} = \frac{G''(t)}{G(t)} \quad \text{donc} \quad c^2 \frac{F''(x)}{F(x)} = \frac{G''(t)}{G(t)} = A = cste$$

En effet, à $x = x_0$ fixé, $\forall t$, $\dfrac{G''(t)}{G(t)}$ doit rester constant.

Pour obtenir des solutions stables oscillantes, il faut $A < 0$, on pose $A = -\omega^2$:

$$G''(t) + \omega^2 G(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad G(t) = G_0 \cos(\omega t + \varphi_g)$$

$$F''(x) + k^2 F(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad F(x) = F_0 \cos(kx + \varphi_f)$$

Une solution stationnaire de l'équation de d'Alembert s'écrit :

$$\psi(x,t) = \psi_0 \cos(kx + \varphi_f)\cos(\omega t + \varphi_g) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Interprétation physique :
Cette solution est associée à une onde qui ne se propage pas et oscille « sur place ».

Lien avec les ondes progressives :
Avec un peu de trigonométrie, on obtient :

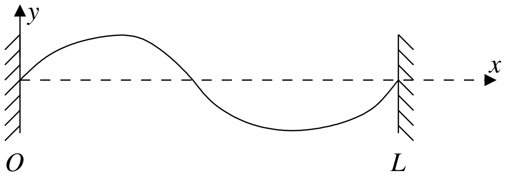
$$\psi = \psi_0 \cos(kx)\cos(\omega t) = \frac{\psi_0}{2}\left[\cos(\omega t + kx) + \cos(\omega t - kx)\right]$$

Une onde stationnaire peut s'écrire comme la superposition de deux ondes progressives, **de même amplitude**, de sens opposé, en conformité avec la forme générale des solutions de l'équation de d'Alembert.

3 Modes propres d'une corde vibrante

3.1 Principe de l'étude

On s'intéresse aux vibrations libres d'une corde fixée à ses extrémités.



Le milieu étant limité selon (Ox), on cherche une solution de l'équation de d'Alembert sous forme d'une onde stationnaire :

$$y(x,t) = y_0 \cos(kx + \varphi_x) \cos(\omega t + \varphi_t) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

3.2 Résolution

<u>Conditions aux limites</u> :
$\forall t$, l'amplitude de la vibration est nulle aux extrémités :

$$y(0,t) = 0 \quad \text{et} \quad y(L,t) = 0$$

La première condition s'écrit : $\forall t,\ y(0,t) = y_0 \cos(\varphi_x) \cos(\omega t + \varphi_t) = 0$
On peut par exemple retenir $\varphi_x = -\dfrac{\pi}{2}$.

La seconde condition prend alors la forme :

$$\forall t,\ y(L,t) = y_0 \sin(kL) \cos(\omega t + \varphi_t) = 0$$

Cette condition impose :

$$\sin(kL) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad k_n L = n\pi \quad \text{avec} \quad n \in N^\star$$

3.3 Modes propres

Il existe un ensemble discret de modes d'oscillations libres appelés **modes propres**, de la forme :

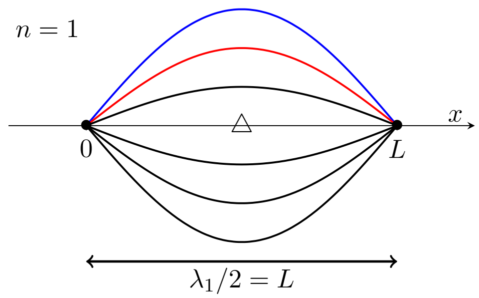
$$\boxed{y_n(x,t) = y_n \sin(k_n x) \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad \text{avec} \quad k_n = \frac{\omega_n}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_n} = \frac{n\pi}{L}}$$

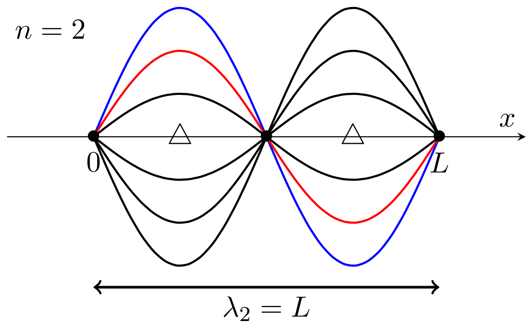
$\star$ Le premier mode, de plus basse pulsation, $\omega_1 = \dfrac{\pi c}{L}$, est appelé **fondamental** ou harmonique de rang 1 ; la longueur d'onde de ce mode vaut $\lambda_1 = 2L$.

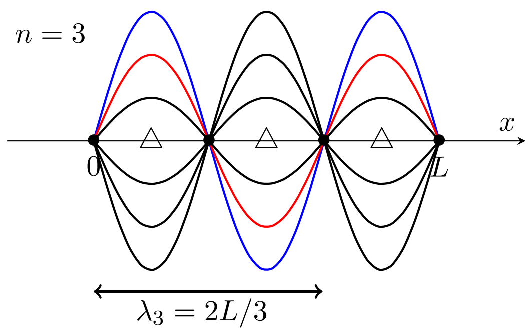
$\star$ Le mode n, de pulsation $\omega_n = n\omega_1$, est appelé **harmonique** de rang n de longueur d'onde $\lambda_n = \dfrac{\lambda_1}{n}$.

3.4 Représentation graphique

Modes propres d'une corde fixée à ses deux extrémités à différents instants.
$\bullet$: nœud de vibration, $\triangle$: ventre de vibration.







3.5 Solution quelconque

Les modes propres sont une base des solutions pour les ondes vérifiant l'équation de d'Alembert pour une corde fixée à ses extrémités. Très généralement une solution quelconque s'écrit comme combinaison linéaire des modes propres :

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\left(\frac{n\pi c}{L}t + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

$$\text{ou encore,}\quad y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{n\pi c}{L}t\right) + b_n \sin\left(\frac{n\pi c}{L}t\right)\right] \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

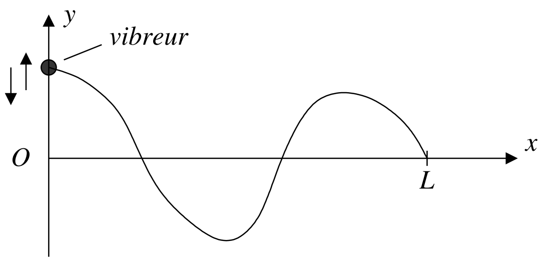
3.6 Résonances sur la corde de Melde

Du fait des frottements, on n'observe pas directement les modes propres précédents. L'expérience suivante permet de mettre en évidence ces modes propres.

Description de l'expérience

On considère une corde tendue, fixée en $x = L$ et dont l'autre extrémité est reliée à un excitateur mécanique qui impose le déplacement de la corde à l'origine :

$$y(0,t) = y_0 \cos(\omega t)$$



Résolution

On cherche la solution sous la forme d'une onde stationnaire :

$$y(x,t) = a\cos(kx + \varphi_x)\cos(\omega t + \varphi_t) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Les conditions aux limites imposent :

$\star$ $\forall t,\quad y(L,t) = 0 = a\cos(kL + \varphi_x)\cos(\omega t + \varphi_t)$
On peut retenir $kL + \varphi_x = \pi/2$ soit $\varphi_x = \pi/2 - kL$.

C'est à dire : $y(x,t) = a\sin(kL - kx)\cos(\omega t + \varphi_t)$.

$\star$ $\forall t,\quad y(0,t) = y_0\cos(\omega t) = a\sin(kL)\cos(\omega t + \varphi_t)$
C'est à dire $\varphi_t = 0$ et $a\sin(kL) = y_0$.

La solution est donc : $\boxed{y(x,t) = y_0\cos(\omega t) \times \dfrac{\sin(kL - kx)}{\sin(kL)}}$.

Analyse

→ On constate que l'amplitude diverge pour $kL = p\pi$, c'est à dire $\omega = \omega_p = \dfrac{p\pi c}{L}$; si le système mécanique impose à la corde une oscillation à une pulsation associée à un de ses modes propres, on observe un phénomène de résonance.

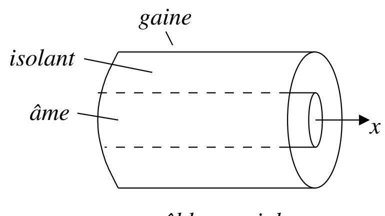
→ En pratique, à la résonance, d'inévitables amortissements ne sont plus négligeables ce qui limite l'amplitude des oscillations.

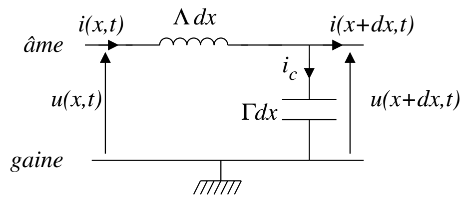
→ À la résonance, l'amplitude de l'excitateur est très faible devant l'amplitude de l'onde stationnaire. De ce fait le vibreur peut être considéré comme un nœud de vibration pour la corde et on se retrouve dans le cas de la corde dont les deux extrémités sont fixes.

4 Ondes électriques au sein d'un câble coaxial

Les câbles coaxiaux servent par exemple à transmettre les signaux télévisuels. On s'intéresse à la propagation d'une onde électrique le long du câble et en particulier à la condition d'absorption par le récepteur.

4.1 Description





→ Le câble coaxial est constitué d'un cylindre intérieur et d'une gaine extérieure. Les deux parties, toutes deux en cuivre, conduisent le courant et sont séparées par un isolant électrique.

→ D'un point de vue électrique, on peut associer une inductance et une capacité à un tel système.

→ Comme on s'intéresse à des phénomènes ondulatoires, on ne peut pas négliger les effets de retard dus à la propagation sur l'ensemble de la ligne ; la méthode d'étude consiste à décomposer le câble en tronçons élémentaires (suffisamment petits à l'échelle de la longueur d'onde) pour lesquels on pourra appliquer les lois de l'ARQS.
On définit alors Λ, l'inductance par unité de longueur et Γ la capacité par unité de longueur.

→ On néglige les pertes au sein du câble, les éléments résistifs ne sont pas pris en compte.

4.2 Équation de propagation

⋆ Loi d'additivité des tensions :

$$u(x,t) = \Lambda dx \times \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + u(x+dx,t)$$

Au premier ordre : $u(x+dx,t) \simeq u(x,t) + \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial x} dx$

Ce qui donne : $0 = \Lambda \dfrac{\partial i}{\partial t} + \dfrac{\partial u}{\partial x}$ équation (1)
⋆ Loi des nœuds :

$$i(x,t) = i(x+dx,t) + i_c = i(x+dx,t) + \Gamma dx \times \frac{\partial}{\partial t}\left[u(x+dx,t)\right]$$

En se limitant à des calculs à l'ordre 1 en dx, $\Gamma dx \times \dfrac{\partial}{\partial t}\left[u(x+dx,t)\right] \simeq \Gamma dx \dfrac{\partial u(x,t)}{\partial t}$

Ce qui donne : $0 = \dfrac{\partial i}{\partial x} + \Gamma \dfrac{\partial u}{\partial t}$ équation (2).

⋆ Équation de propagation :

On dérive par rapport au temps l'équation (1) et on élimine ensuite la tension grâce à l'équation (2) pour en déduire :

$$\boxed{\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} - \Lambda\Gamma \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0}$$

Ceci est l'équation de propagation de l'onde de courant au sein du câble, on obtient une équation similaire pour l'onde de tension.
On reconnaît une équation de d'Alembert avec $c = 1/\sqrt{\Lambda\Gamma}$ pour la célérité des ondes (de l'ordre de 2×10^8 m.s^{-1}).

4.3 Impédance caractéristique du câble

L'intensité et la tension sont liées par les équations (1) et (2).

Considérons une solution de l'équation de propagation sous la forme d'une onde progressive harmonique se déplaçant vers les x croissants :

$$\underline{u}(x,t) = \underline{u}_0^+ e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{et} \quad \underline{i}(x,t) = \underline{i}_0^+ e^{j(\omega t - kx)}$$

L'équation (1) impose :

$$0 = \Lambda j\omega \underline{i}_0^+ - jk\underline{u}_0^+ \quad \Rightarrow \quad \underline{u}_0^+ = \Lambda c \times \underline{i}_0^+ = \sqrt{\frac{\Lambda}{\Gamma}} \times \underline{i}_0^+$$

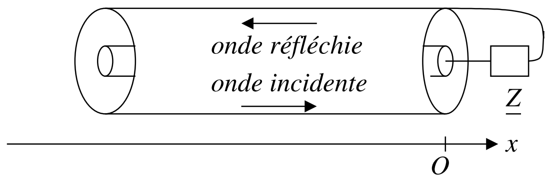
$Z_c = \sqrt{\dfrac{\Lambda}{\Gamma}}$ est **l'impédance caractéristique** du câble coaxial. Elle représente le rapport entre l'amplitude de l'onde de tension et l'amplitude de l'onde de courant.

Dans le cas d'une onde se propageant dans le sens des $x < 0$: $\underline{u}_0^- = -Z_c \times \underline{i}_0^-$.

Il faut enfin noter que cette relation entre les amplitudes de la tension et du courant n'est valable que pour des ondes progressives et harmoniques. Elle n'est en particulier pas applicable pour une onde stationnaire, pour trouver la relation entre tension et courant, il faut repartir de l'équation (1) ou de l'équation (2).

4.4 Réflexion en amplitude sur une impédance terminale

Une onde se propage sur un câble coaxial. En bout de ligne ($x = 0$), on branche un récepteur caractérisé par son impédance $\underline{Z}$. On souhaite savoir si l'onde est absorbée ou réfléchie par le récepteur.



Coefficient de réflexion en amplitude

Une onde incidente progressive harmonique se propage vers les x croissants en direction de l'impédance de bout de ligne :

$$\underline{u}^+(x,t) = \underline{u}_0^+ e^{j(\omega t - kx)}$$

Cette onde se réfléchit sur l'impédance terminale donnant naissance à une onde réfléchie $\underline{u}^-(x,t) = \underline{u}_0^- e^{j(\omega t + kx)}$.

L'onde de tension au sein de la ligne est la superposition des deux ondes incidente et réfléchie :

$$\underline{u}(x,t) = \underline{u}_0^+ e^{j(\omega t - kx)} + \underline{u}_0^- e^{j(\omega t + kx)}$$

L'onde de courant s'obtient à l'aide de l'impédance caractéristique :

$$\underline{i}(x,t) = \frac{\underline{u}_0^+}{Z_c} e^{j(\omega t - kx)} - \frac{\underline{u}_0^-}{Z_c} e^{j(\omega t + kx)}$$

En bout de ligne, $\underline{u}(0,t) = \underline{Z} \times \underline{i}(0,t)$ vraie $\forall t$ impose :

$$\underline{u}_0^+ + \underline{u}_0^- = \frac{\underline{Z}}{Z_c}\underline{u}_0^+ - \frac{\underline{Z}}{Z_c}\underline{u}_0^- \quad \Rightarrow \quad \boxed{r_u = \frac{\underline{u}_0^-}{\underline{u}_0^+} = \frac{\underline{Z} - Z_c}{\underline{Z} + Z_c}}$$

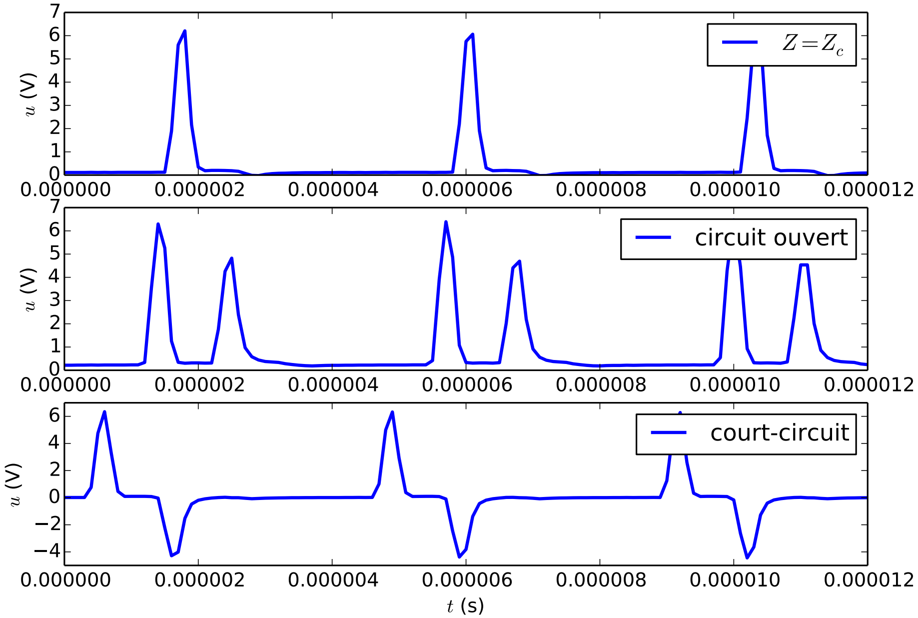
r_u désigne le coefficient de réflexion en amplitude pour la tension.

→ pour une ligne ouverte $|\underline{Z}| \to +\infty$, $r_u = 1$, il y a réflexion totale sans déphasage,

→ pour une ligne en court-circuit $|\underline{Z}| = 0$, $r_u = -1$, il y a réflexion totale avec un déphasage de π,

→ pour une impédance $\underline{Z} = Z_c$, $r_u = 0$, il n'y a pas de réflexion, l'onde est totalement absorbée par le récepteur. On parle d'**adaptation d'impédance**.

La figure ci-dessous représente la tension en entrée d'un câble de 100 m de long soumis à des impulsions pour différentes valeurs de l'impédance terminale :



Capacités exigibles :

→ Ondes transversales sur une corde vibrante :
Établir l'équation d'onde en utilisant des systèmes infinitésimaux.
Définir une onde longitudinale et une onde transversale.
Identifier une équation de d'Alembert.
Exprimer la célérité en fonction des paramètres du milieu.

→ Exemples de solutions de l'équation de d'Alembert unidimensionnelle :
Définir une onde progressive et une onde stationnaire.
Établir la relation de dispersion à partir de l'équation de d'Alembert. Utiliser la notation complexe.
Définir le vecteur d'onde, la vitesse de phase.
Retrouver la distance égale à $\lambda/2$ entre deux nœuds consécutifs ou entre deux ventres consécutifs.
Décomposer une onde stationnaire en ondes progressives, une onde progressive en ondes stationnaires.

→ Conditions aux limites :
Justifier et exploiter des conditions aux limites.
Définir et décrire les modes propres.
Construire une solution quelconque superposition de modes propres.
Associer mode propre et résonance en régime forcé de la corde de Melde.

→ Ondes de tension et de courant dans un câble coaxial :
Décrire le modèle. Établir les équations de propagation.
Établir l'expression de l'impédance caractéristique d'un câble coaxial.
Étudier la réflexion en amplitude de tension pour une impédance terminale nulle, infinie ou résistive