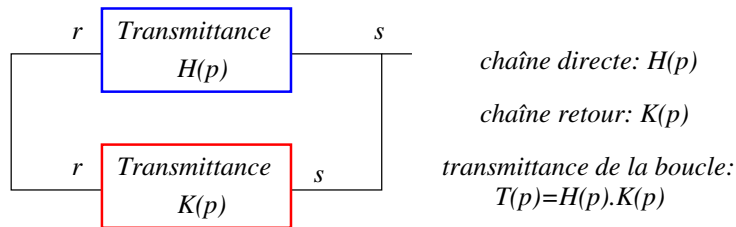


Oscillateurs

1 Oscillateur quasi-sinusoidal

1.1 Principe

Un oscillateur sinusoidal est un système bouclé placé dans un état d'instabilité. Il est constitué d'une chaîne directe $H(p)$ et d'un quadripôle de réaction $K(p)$.



1.2 Conditions d'oscillation (condition de Barkhausen)

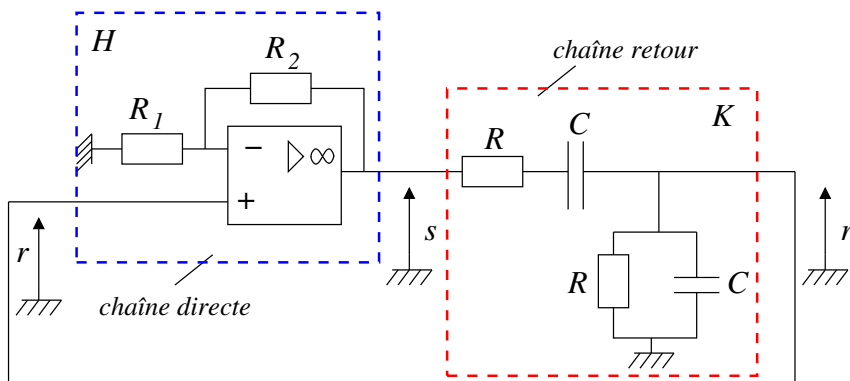
Le système bouclé oscille à condition qu'il existe une pulsation ω_0 pour laquelle :

$$\underline{T}(j\omega_0) = \underline{H}(j\omega_0) \cdot \underline{K}(j\omega_0) = 1$$

Cette condition se traduit par les relations :

$$|\underline{T}(j\omega_0)| = 1 \quad \text{et} \quad \arg(\underline{T}(j\omega_0)) = 0 \quad [2\pi]$$

1.3 Exemple : « l'oscillateur à pont de Wien »



Transmittance de la chaîne directe

Pour la chaîne directe, on reconnaît la structure d'un amplificateur non inverseur. En considérant l'ALI idéal et fonctionnant en régime linéaire, on en déduit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{s}{r} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Transmittance de la chaîne retour

Expression :

Le quadripôle associé à la chaîne retour porte le nom de « filtre de Wien » de fonction de transfert :

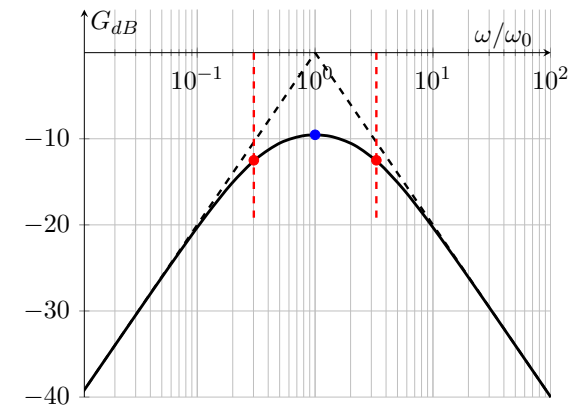
$$\underline{K}(j\omega) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 + j \times \frac{1}{3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad \text{avec} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Remarque : pour déterminer la fonction de transfert du filtre de Wien, on peut considérer les impédances équivalentes aux associations série et parallèle d'un condensateur et d'un conducteur ohmique :

$$Z_s = R + \frac{1}{jC\omega} = \frac{1 + jRC\omega}{jC\omega} \quad \text{et} \quad Z_p = \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

En appliquant la formule du pont diviseur de tension, on en déduit : $\underline{K} = \frac{Z_p}{Z_s + Z_p}$.

Analyse :



On est en présence d'un filtre passe-bande, peu sélectif (facteur de qualité $Q = 1/3$), de pulsation de résonance $\omega_c = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ et de gain maximal $1/3$.

Condition d'oscillations

Analyse en terme de transmittance

La condition d'oscillation impose l'existence d'un ω vérifiant $\underline{H}(j\omega) \cdot \underline{K}(j\omega) = 1$.

★ Comme \underline{H} est réelle, il faut \underline{K} également réelle, c'est à dire $\omega = \omega_0$.

★ Pour $\omega = \omega_0$, $\underline{K} = 1/3$, ce qui impose $\underline{H} = 3$, c'est à dire $R_2 = 2R_1$.

Analyse en terme d'équation différentielle

En partant des fonctions de transfert, on écrit :

$$\underline{s} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{r} \quad \text{et} \quad \underline{r} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 + j \times \frac{1}{3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \underline{s}$$

C'est à dire :

$$\underline{s} \left[3 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)\right] = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{s} \Rightarrow -\omega^2 \underline{s} + \omega_0 \left[2 - \frac{R_2}{R_1}\right] j\omega \underline{s} + \omega_0^2 \underline{s} = 0$$

On revient alors en représentation temporelle :

$$\frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \omega_0 \left(2 - \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{ds(t)}{dt} + \omega_0^2 s(t) = 0$$

Pour obtenir l'équation d'un oscillateur harmonique, le coefficient associé au terme de dérivée première doit être nul ce qui impose : $R_2/R_1 = 2$, le système oscillant alors à sa pulsation propre ω_0 .

Obtention expérimentale des oscillations

→ Démarrage des oscillations

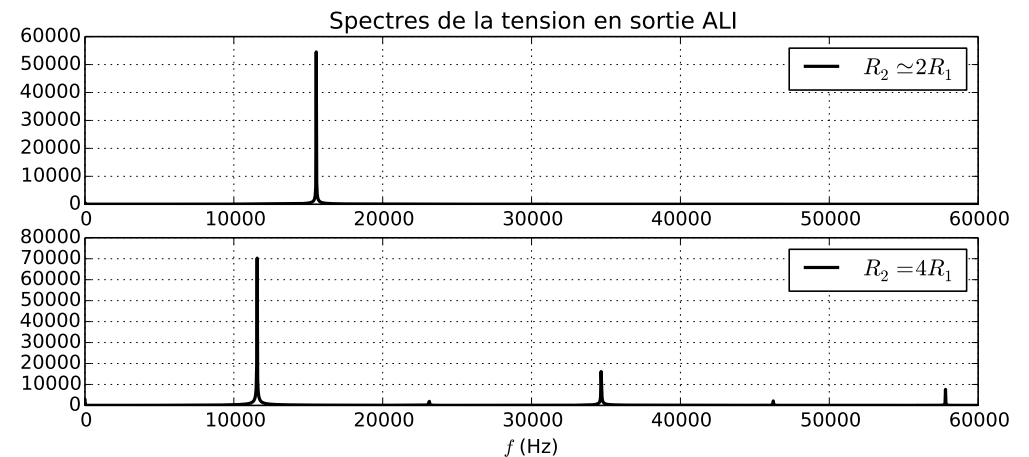
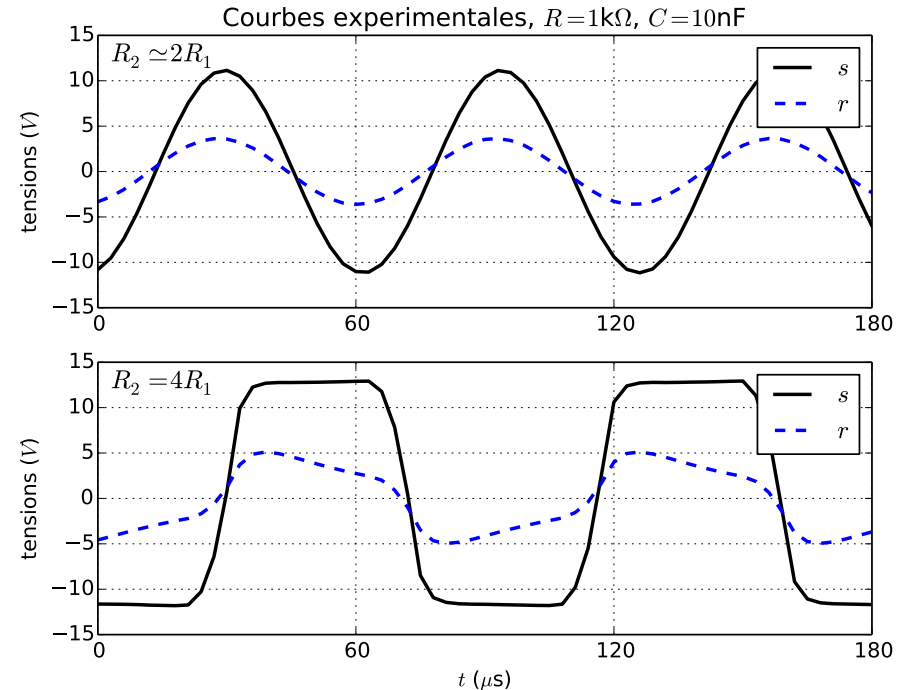
Pour assurer l'apparition des oscillations, le système doit être légèrement instable. Le gain de l'amplificateur doit donc être légèrement supérieur à 3, c'est à dire R_2/R_1 légèrement supérieur à 2.

Ce résultat est compatible avec l'équation différentielle. Pour $R_2 > 2R_1$, l'équation différentielle est celle d'un système instable (coefficients de signes distincts).

→ Stabilisation des oscillations

L'amplitude des oscillations est limitée par les non-linéarités du système : pour $|s| > V_{sat}$, l'ALI bascule en mode de saturation ; durant cette phase, le signal est atténué ; au bilan, les apports (ALI en mode linéaire) compensent les pertes (ALI en mode saturé).

Étude expérimentale

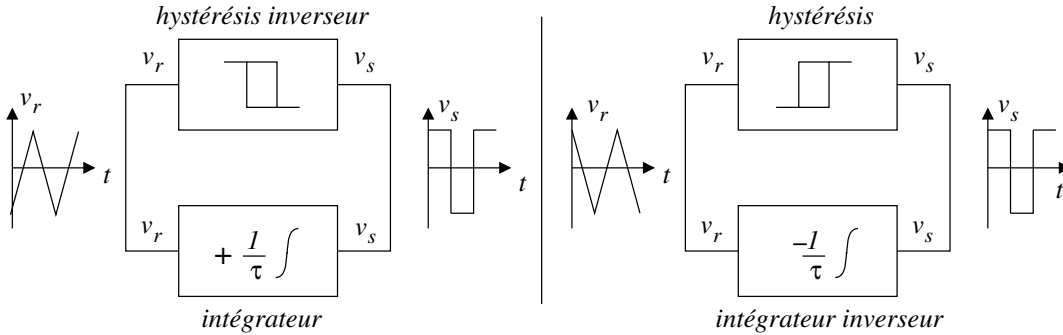


Pour un gain de la chaîne directe qui dépasse sensiblement le cas critique, on constate que les signaux s'écartent notablement d'une sinusoïde, avec l'apparition d'harmoniques dans le spectre caractérisant l'importance des non linéarités du montage.

2 Oscillateurs de relaxation

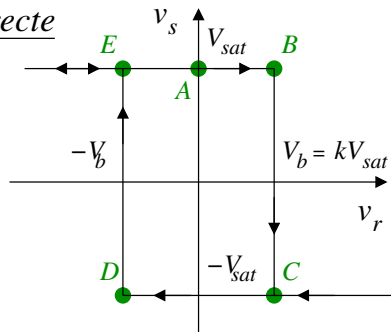
2.1 Principe, schéma fonctionnel

Très généralement, un oscillateur à relaxation peut être réalisé à l'aide d'un **montage astable** qui associe un **comparateur à hystérésis** et un **intégrateur**.



Pour la suite on considère le schéma fonctionnel de gauche dont les chaînes directe et retour peuvent être caractérisées selon :

chaîne directe



chaîne retour

$$\tau \frac{dv_r}{dt} = v_s$$

2.2 Séquences de fonctionnement

On suppose que le système est initialement dans l'état $A : v_r = 0, v_s = +V_{sat}$.

L'équation d'évolution de v_r s'écrit : $\frac{dv_r}{dt} = \frac{V_{sat}}{\tau} > 0$. L'amplitude de la tension v_r augmente jusqu'à atteindre $V_b = kV_{sat}$, il y a alors basculement de la tension de sortie. On choisit cet instant comme nouvel instant initial.

Première phase : (pt. C) $v_r(t = 0^+) = kV_{sat}, v_s = -V_{sat}, \frac{dv_r}{dt} = -\frac{V_{sat}}{\tau} < 0$

$$v_r(t) = -\frac{V_{sat}}{\tau}t + cste \Rightarrow v_r(t) = V_{sat} \left(k - \frac{t}{\tau} \right)$$

La tension décroît jusqu'à $-kV_{sat}$ (pt. D). Cette valeur est atteinte à l'instant t_1 :

$$-kV_{sat} = kV_{sat} - \frac{V_{sat}}{\tau}t_1 \Leftrightarrow t_1 = 2k\tau$$

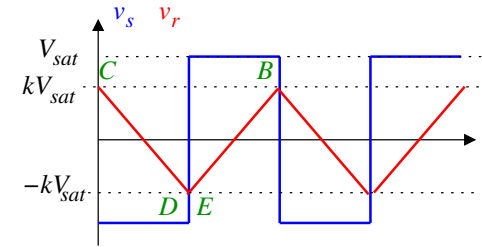
La tension de sortie bascule alors à $+V_{sat}$ (pt. E).

Seconde phase : $v_r(t = t_1^+) = -kV_{sat}, v_s = +V_{sat}, \frac{dv_r}{dt} = \frac{V_{sat}}{\tau} > 0$

La tension v_r croît proportionnellement au temps jusqu'à atteindre $+kV_{sat}$ en une durée $2k\tau$ (pt. B), la tension de sortie bascule à nouveau ce qui ramène le système dans son état initial (pt. C).

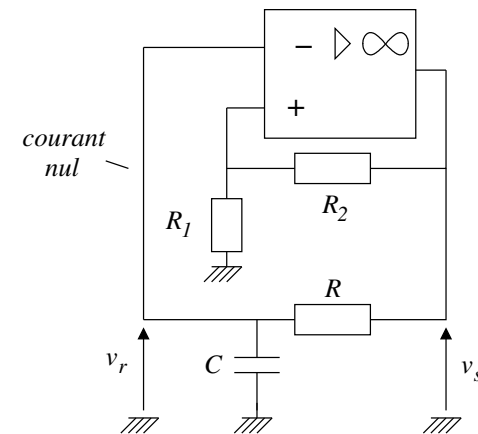
En conclusion :

- ★ la tension de sortie v_s est une tension créneau prenant les valeurs $\pm V_{sat}$,
- ★ la tension retour v_r est une tension triangulaire oscillant entre $-kV_{sat}$ et $+kV_{sat}$,
- ★ la période vaut $T = 4k\tau$



2.3 Réalisation pratique

Montage :



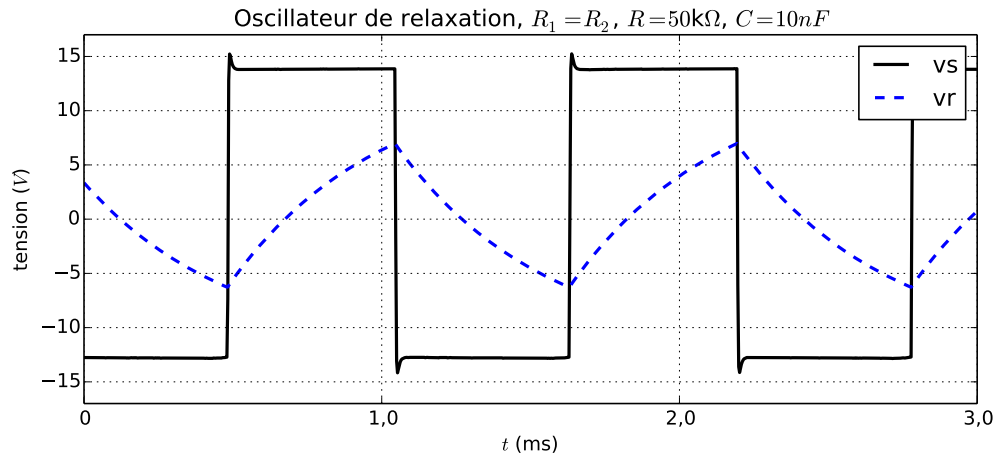
Chaîne retour : pseudo-intégrateur

La fonction de transfert de la chaîne retour s'écrit : $\underline{K} = \frac{v_r}{v_s} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

La chaîne retour ne constitue un intégrateur idéal que si $RC\omega \gg 1$: $\underline{K} \simeq \frac{1}{jRC\omega}$

L'équation différentielle associée s'écrit : $v_r + \tau \frac{dv_r}{dt} = v_s$ avec $\tau = RC$.

À la place de portions de droite (cas de l'intégrateur idéal), la tension v_r évolue selon des portions d'exponentielles (charge et décharge d'un condensateur au sein d'un circuit RC soumis à un échelon de tension).



Première phase (C à D) : $v_r(t = 0^+) = kV_{sat}$, $v_s = -V_{sat}$

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $v_r(t) = -V_{sat} + Ae^{-t/\tau}$; de la condition initiale, on déduit :

$$v_r(t) = -V_{sat} + (1 + k)V_{sat}e^{-t/\tau}$$

Le basculement a lieu pour $v_r = -kV_{sat}$, c'est à dire à l'instant t_1 :

$$v_r(t_1) = -kV_{sat} = -V_{sat} + (1 + k)V_{sat}e^{-t_1/\tau} \Rightarrow t_1 = \tau \ln \left(\frac{1 + k}{1 - k} \right)$$

L'évolution est symétrique sur la seconde phase, ce qui donne $T = 2\tau \ln \left(\frac{1 + k}{1 - k} \right)$ pour la période des signaux.

Capacités exigibles :

→ Oscillateur quasi-sinusoïdal :

Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé.

Analyser sur l'équation différentielle l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations.

Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations.

Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale

→ Oscillateur de relaxation :

Décrire les différentes séquences de fonctionnement. Exprimer les conditions de basculement. Déterminer la période d'oscillation.

Réaliser un oscillateur de relaxation et effectuer une analyse spectrale des signaux générés