

Modulation-Démodulation

1 Transmission d'un signal et modulation

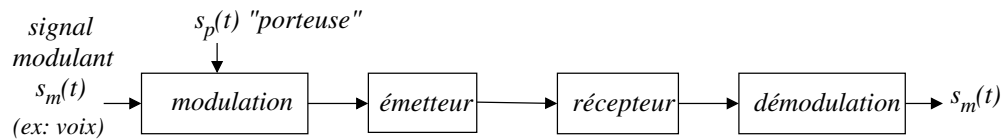
1.1 Nécessité de la modulation

En télécommunications, le signal transportant l'information (la voix pour la téléphonie, l'image pour la télévision) doit se propager entre deux points distants, l'émetteur et le récepteur. Le signal, tel quel, est rarement adapté à la transmission directe par le canal de communication choisi : hertzien, filaire, ou optique (Cf. Approche documentaire).

Ainsi, pour un signal électromagnétique, on montre que la taille de l'antenne doit être égale au quart de la longueur d'onde. Si on essaie de transmettre la voix par un signal de même fréquence, cela nécessite une antenne de taille $L = \frac{c}{4f} \simeq 75 \text{ km}$, ce qui est bien évidemment irréaliste.

1.2 Principe de la modulation

La modulation translate le spectre du message dans un domaine de fréquences qui est plus adapté à la propagation.



La modulation utilise un signal sinusoïdal haute fréquence, appelée « porteuse » :

$$s_p(t) = A \cos(\Omega_p t + \varphi) \quad \text{avec} \quad \Omega_p = 2\pi f_p$$

Ce signal s_p transmet (porte) le signal « informatif » s_m , appelé « signal modulant » ou « modulante ». Pour réaliser ceci, l'un des paramètres de l'onde porteuse va varier au rythme du signal modulant à transmettre.

Trois possibilités existent :

- modulation d'amplitude (AM) : l'amplitude A de la porteuse est modulée,
- modulation de fréquence (FM) : la fréquence f_p de la porteuse est modulée,
- modulation de phase : la phase de la porteuse est modulée.

Modulation d'amplitude

Le principe de cette modulation sera détaillé dans le paragraphe suivant. La modulation d'amplitude est utilisée dans un grand nombre d'applications : pour la radiodiffusion, on peut citer les Grandes Ondes (f_p variant de 150 à 280 kHz).

Modulation angulaire (*)

Pour l'onde porteuse, on peut définir la phase instantanée $\varphi(t)$ et la pulsation instantanée $\Omega(t)$:

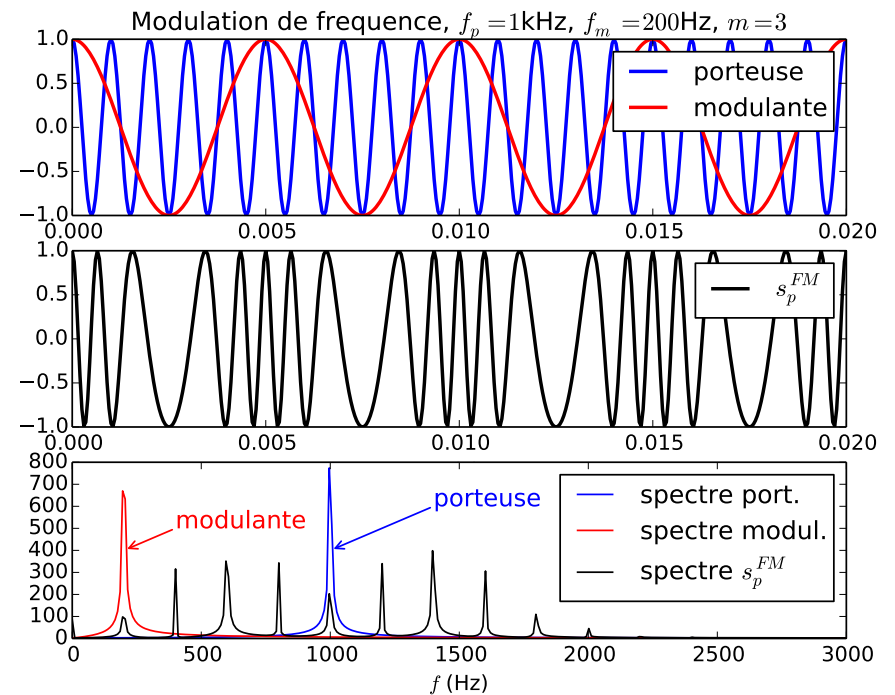
$$s_p(t) = A \cos(\varphi(t)) \quad \text{avec} \quad \Omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

→ Modulation de fréquence : $\Omega(t) = \Omega_p + \Delta\Omega \times s_m(t)$

Par intégration, on déduit la phase : $\varphi(t) = \Omega_p t + \Delta\Omega \int_0^t s_m(t') dt'$

Dans le cas d'une modulation sinusoïdale : $s_m(t) = \cos(\omega t)$, on obtient pour l'onde modulée en fréquence :

$$s_p^{FM}(t) = A \cos(\Omega_p t + m \sin(\omega t)) \quad \text{avec} \quad m = \Delta\Omega/\omega$$



Dans le cas de la radio FM, f_p est dans l'intervalle 87,5 à 107,9 MHz, f_m est associée à un signal audible (typiquement le kHz).

Pour la téléphonie mobile, les signaux sont numérisés et la gamme des fréquences (porteuse) se situe autour du GHz.

→ Modulation de phase : $\varphi(t) = \Omega_p t + \Delta\varphi \times s_m(t)$

C'est à dire pour le signal modulé : $s(t) = A \cos(\Omega_p t + \Delta\varphi \times s_m(t))$

2 Modulation d'amplitude

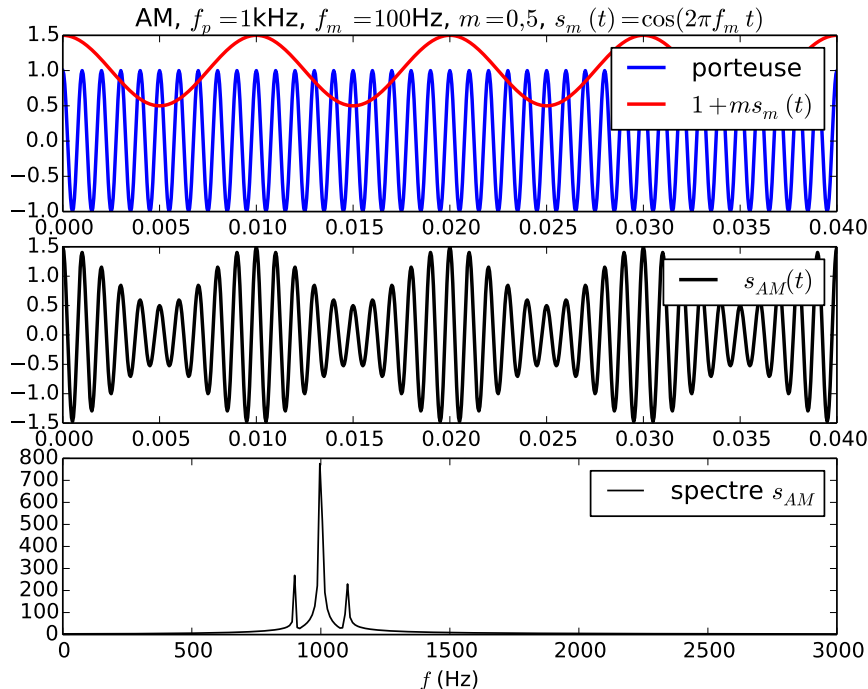
2.1 Principe

L'onde porteuse, de haute fréquence, est définie par $s_p(t) = A \cos(\Omega_p t + \varphi_p)$. Le signal modulant $s_m(t)$ à transmettre est supposé vérifier la condition $|s_m(t)| \leq 1$.

L'expression du signal modulé en amplitude $s_{AM}(t)$ s'écrit sous la forme :

$$s_{AM}(t) = A \underbrace{[1 + m s_m(t)]}_{A(t)} \cos(\Omega_p t + \varphi_p)$$

où m est le taux de modulation, normalement compris entre 0 et 1.



2.2 Étude spectrale du signal modulé

→ Signal modulant sinusoïdal : (Cf. courbes ci-contre)

$$s_{AM}(t) = A [1 + m \cos(\omega t)] \cos(\Omega_p t + \varphi_p)$$

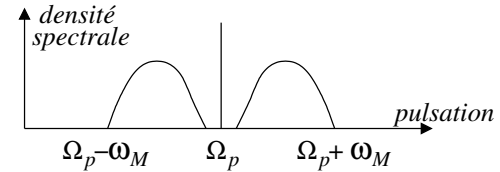
ce qui donne par linéarisation :

$$s_{AM}(t) = A \cos(\Omega_p t + \varphi_p) + \frac{mA}{2} [\cos((\Omega_p - \omega)t + \varphi_p) + \cos((\Omega_p + \omega)t + \varphi_p)]$$

Le spectre se compose de trois raies : Ω_p , $\Omega_p - \omega$ et $\Omega_p + \omega$, pour une largeur spectrale 2ω .

→ Signal modulant quelconque :

Si le signal modulant est un signal complexe avec un spectre de largeur $\Delta\omega$ s'étendant de ω_m à ω_M , on obtient deux bandes latérales et une raie centrale à la pulsation Ω_p pour une largeur totale $2\omega_M$.



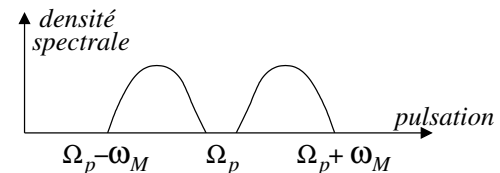
En radiodiffusion, le spectre des signaux est tronqué à 4,5 kHz, chaque émetteur occupe autour de sa fréquence porteuse une largeur spectrale de 9 kHz. Ainsi, pour la gamme des Grandes Ondes, située entre 150 kHz et 450 kHz, on pourrait théoriquement placer jusqu'à 30 émetteurs distincts.

2.3 Modulation à porteuse supprimée

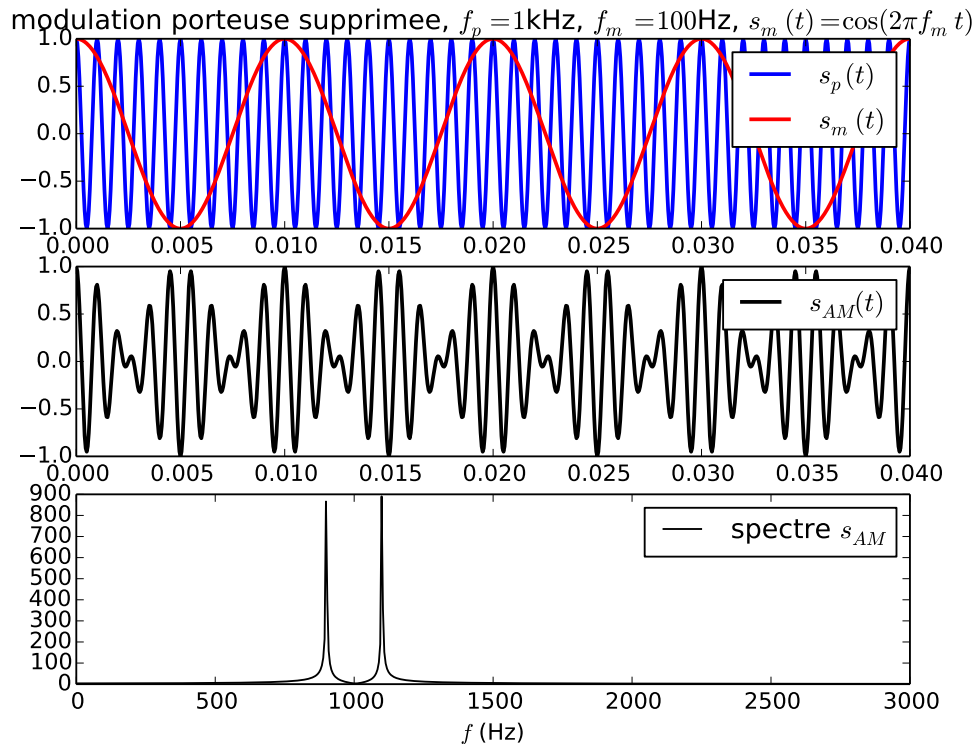
La modulation à porteuse supprimée consiste à éliminer la raie de la porteuse dans le signal modulé. **Le signal modulé est alors le simple produit du signal modulant par la porteuse :**

$$s_{AM}(t) = A s_m(t) \times \cos(\Omega_p t + \varphi_p)$$

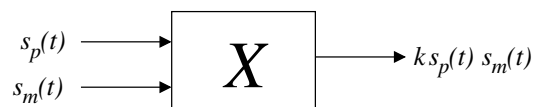
Cette transmission plus économe du point de vue énergétique (on ne transmet plus la raie de la porteuse) est plus complexe à traiter dans la phase de démodulation.



Les courbes ci-dessous présentent la porteuse, la modulante et le signal modulé dans le cas d'une modulante sinusoïdale, le spectre n'est constitué que des raies à $\Omega_p + \omega$ et $\Omega_p - \omega$ pour cette modulation d'amplitude à porteuse supprimée.



Expérimentalement, pour obtenir le signal modulé, on utilise un multiplieur ; schématiquement :



3 Démodulation d'amplitude

3.1 Principe

La démodulation est l'opération inverse de la modulation. **Il s'agit à partir de la porteuse modulée en amplitude de reconstituer le signal basse fréquence modulant.**

Le spectre du signal modulé étant différent du spectre modulant, il est nécessaire

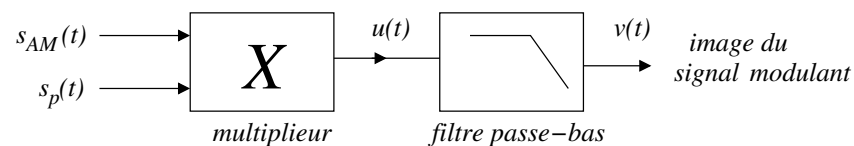
de **disposer d'un élément non-linéaire** dans le montage pour récupérer le signal modulant.

Deux techniques permettent de réaliser cette opération : la **démodulation synchrone** et la démodulation d'enveloppe. On s'intéressera uniquement à la première.

3.2 Démodulation synchrone

Pour simplifier, on considère une modulation d'amplitude à porteuse supprimée. Le cas général se traite à l'identique.

Structure schématique d'un détecteur synchrone



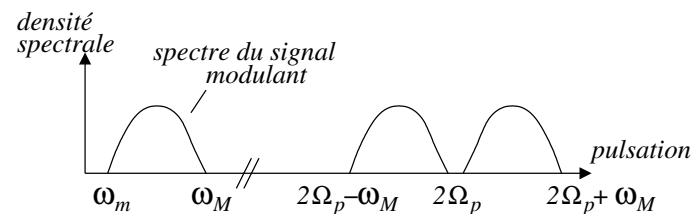
→ Première étape :

Après réception du signal modulé en amplitude : $s_{AM}(t) = k A s_m(t) \cos(\Omega_p t)$, on le multiplie par la porteuse : $s_p(t) = A \cos(\Omega_p t)$ pour obtenir le signal $u(t)$:

$$u(t) = k s_{AM}(t) \times s_p(t) = k^2 A^2 s_m(t) \cos^2(\Omega_p t)$$

Pour obtenir le spectre en fréquence de ce signal, on linéarise le cosinus carré :

$$u(t) = \frac{k^2 A^2}{2} [s_m(t) + s_m(t) \cos(2\Omega_p t)]$$

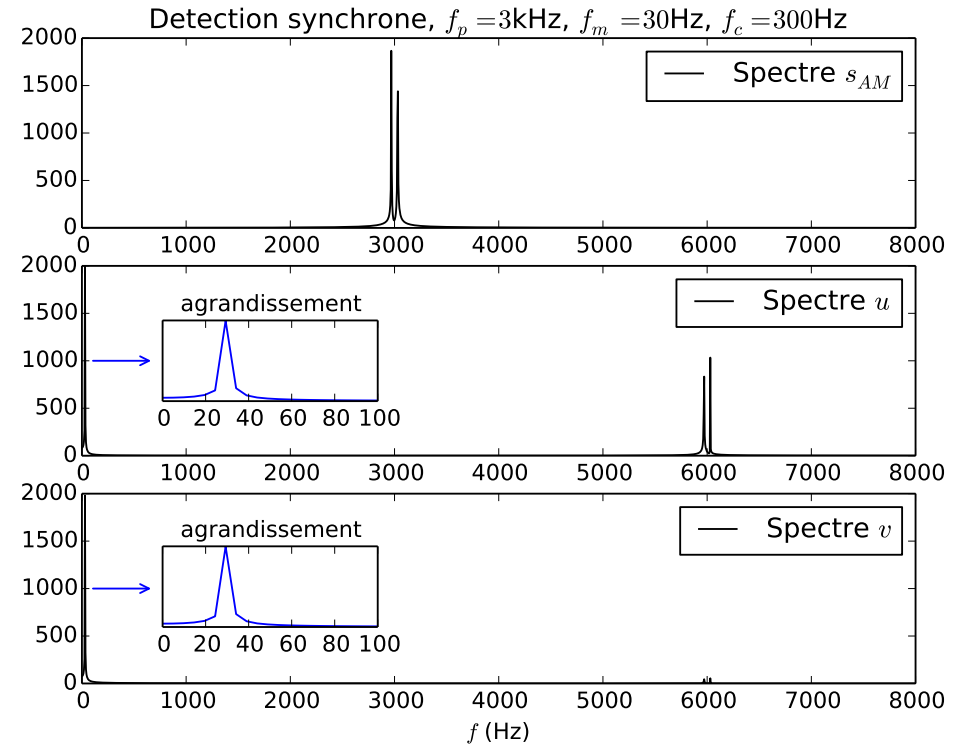
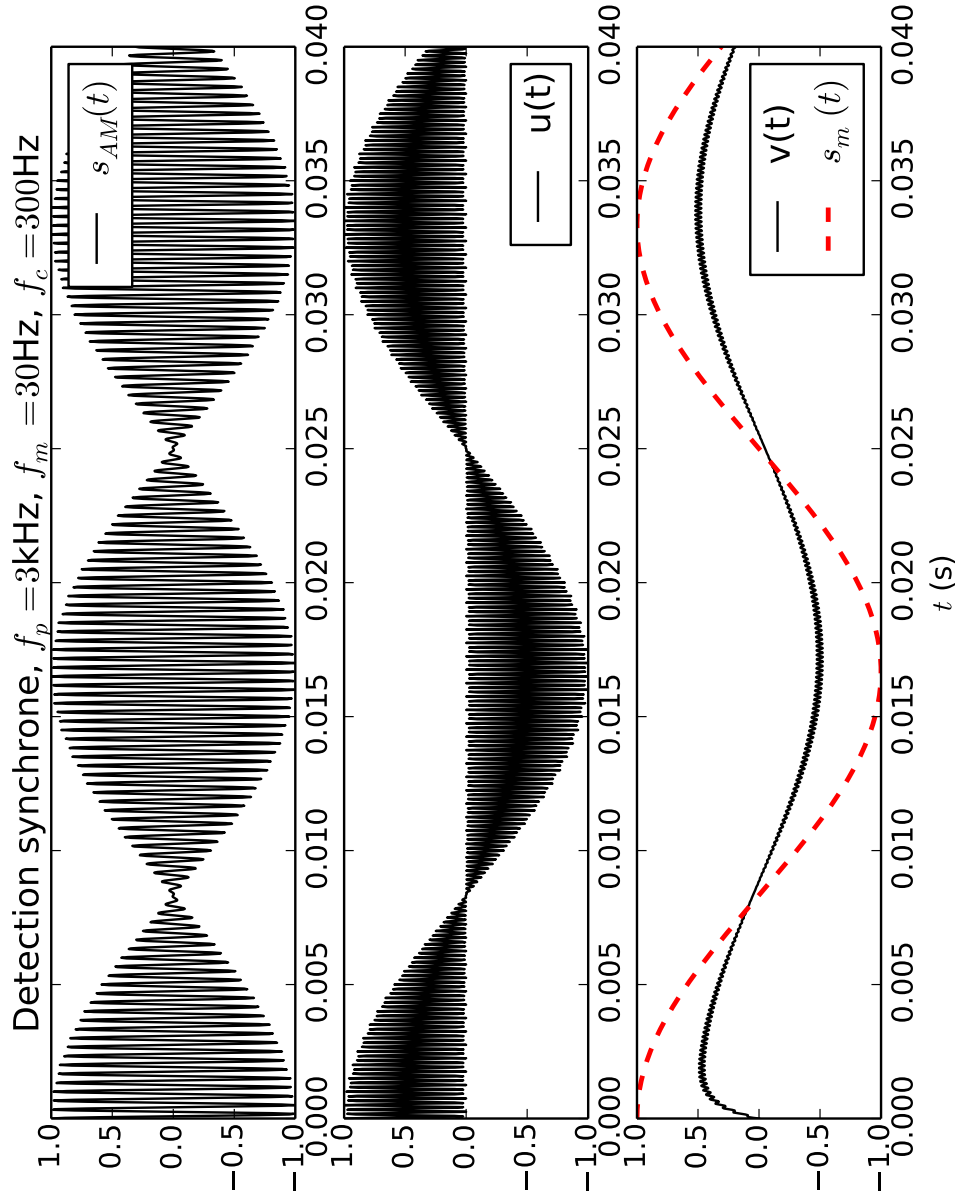


→ Seconde étape : filtrage

On interpose alors un filtre passe-bas pour éliminer le signal haute fréquence tout en préservant le signal basse fréquence. En appelant ω_c la pulsation de coupure du filtre, cela impose :

$$\omega_M \ll \omega_c \ll \Omega_p$$

Exemple d'un signal modulant sinusoïdal



Capacités exigibles :

→ Transmission d'un signal :

Définir un signal modulé en amplitude, en fréquence, en phase.

Citer les ordres de grandeur des fréquences utilisées pour les signaux radio AM, FM et téléphonie mobile.

Approche documentaire : expliquer l'intérêt et la nécessité de la modulation pour les transmissions hertziennes

→ Modulation d'amplitude :

Interpréter le signal modulé comme le produit d'une porteuse par une modulante. Décrire le spectre d'un signal modulé.

→ Démodulation d'amplitude :

À partir de l'analyse fréquentielle, justifier la nécessité d'utiliser une opération non linéaire.

Expliquer le principe de la détection synchrone.

Réaliser une modulation d'amplitude et une démodulation synchrone avec un multiplieur analogique