

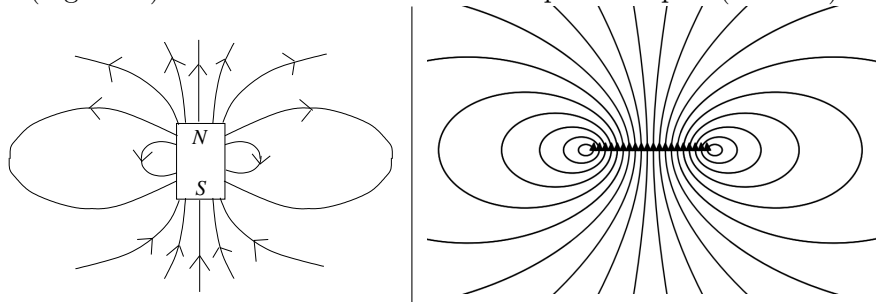
### Milieux ferromagnétiques

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux milieux magnétiques et plus particulièrement aux matériaux ferromagnétiques, très présents dans la problématique de la conversion de puissance. L'objectif est de proposer une reformulation des équations de Maxwell plus adaptée à l'étude de ces milieux.

## 1 Moment magnétique d'un aimant permanent

### 1.1 Cartes de champ magnétique

Sur la figure ci-dessous, on constate que les lignes de champ magnétique d'un aimant (à gauche) sont similaires à celles créées par une spire (à droite).



Soit  $a$  la taille caractéristique de l'aimant ou de la bobine. À une distance  $r$  grande devant  $a$ , les lignes de champ de l'aimant et de la spire sont identiques. Aussi, dans cette approximation, on assimile l'aimant et la spire à des dipôles magnétiques de **moment magnétique**  $\vec{M}$ .

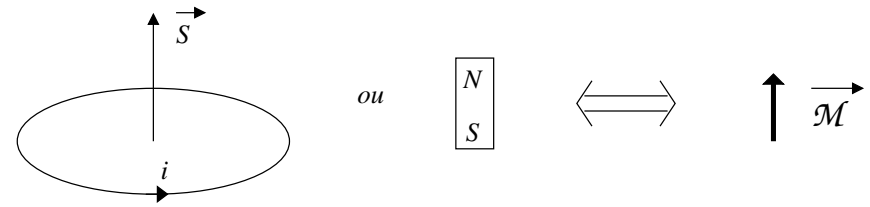
### 1.2 Moment magnétique

#### Moment magnétique d'une boucle de courant ou d'un aimant

Pour une boucle de courant plane, délimitant une surface d'aire  $S$ , et parcourue par un courant  $i$ , on définit le moment magnétique :

$$\vec{M} = i\vec{S}$$

le vecteur surface  $\vec{S}$  étant orienté conformément au courant.



Remarques :

→ le moment magnétique s'exprime en  $A.m^2$  dans le système international d'unités;

→ en présence d'un bobinage de  $N$  spires,  $\vec{M} = Ni\vec{S}$ ; pour une bobine de 1000 spires, comme pour un aimant usuel, le moment magnétique est de l'ordre de 1 à 10  $A.m^2$ ;

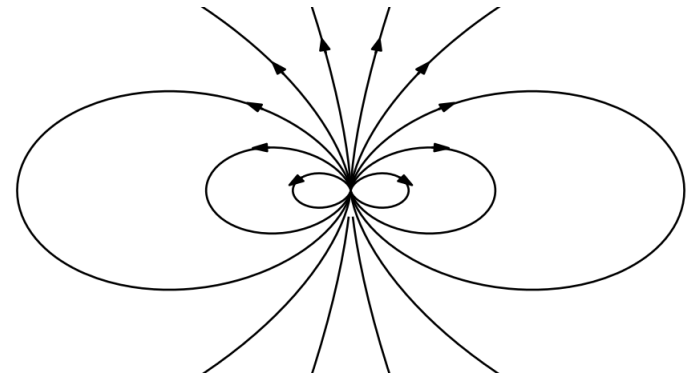
→ dans une vision classique (non réaliste), on peut envisager que le moment magnétique de l'aimant est créé par les électrons en rotation autour des noyaux qui forment autant de boucles de courant.

#### Expression du champ magnétique et carte de champ

On considère un dipôle magnétique de moment magnétique  $\vec{M} = M\vec{u}_z$  situé à l'origine  $O$ . En un point  $M(r, \theta, \varphi)$  de l'espace, on peut montrer que le champ magnétique créé par le dipôle a pour composantes :

$$B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathcal{M} \frac{2 \cos \theta}{r^3}, \quad B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \mathcal{M} \frac{\sin \theta}{r^3}, \quad B_\varphi = 0$$

En exploitant les symétries et quelques points particuliers, on obtient la carte des lignes de champ magnétique créées par le dipôle magnétique à grande distance :



En première approximation, le champ magnétique créé par la Terre peut être assimilé à un champ magnétique dipolaire. En France, son intensité est de l'ordre de 50  $\mu T$ . Cette valeur peut être comparée au champ magnétique créé par un

solénoïde : 10 à 100 mT sans noyau de fer doux, de l'ordre de 1 T avec noyau de fer doux.

### 1.3 Actions subies par un dipôle magnétique

Il est bien connu que l'aimant d'une boussole s'oriente dans le champ magnétique terrestre.

#### Expressions (résultats admis)

Très généralement, un dipôle magnétique placé dans un champ magnétique extérieur  $\vec{B}_{ext}$  possède une **énergie potentielle** :

$$\mathcal{E}_p = -\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}_{ext}$$

Il en résulte :

$$\rightarrow \text{une force exercée sur le dipôle : } \vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad}}\mathcal{E}_p = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}_{ext})$$

$$\rightarrow \text{un moment exercé sur le dipôle : } \vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}_{ext}$$

#### Conséquences

→ Le moment exercé par le champ magnétique extérieur tend à aligner le moment magnétique sur le vecteur  $\vec{B}_{ext}$  ;

→ la force exercée par le champ magnétique extérieur tend à attirer l'aimant vers les zones de champ intense.

→ Ces deux effets contribuent à diminuer l'énergie potentielle du système.

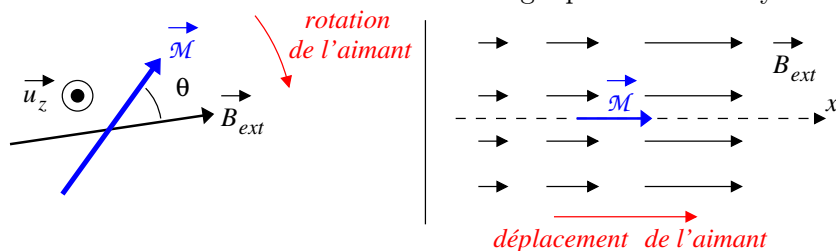


Schéma de gauche :  $\vec{\Gamma} = -\mathcal{M}B \sin\theta \vec{u}_z$ , le moment tend à ramener le dipôle le long de la direction du champ magnétique.

Schéma de droite : on considère un champ magnétique  $\vec{B}_{ext} = B_{ext}(x)\vec{u}_x$

$$\vec{f} = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}_{ext}) = \mathcal{M} \frac{\partial B_{ext}(x)}{\partial x} \vec{u}_x$$

## 2 Équations de Maxwell dans un milieu magnétique

Dans toute la suite, on se place dans l'ARQS et on néglige le courant de déplacement vis à vis des autres termes de l'équation de Maxwell-Ampère.

### 2.1 Aimantation d'un milieu

On considère un matériau magnétique ; au sein de ce matériau, on isole un petit volume  $d\tau$  qui possède un moment magnétique  $\delta\vec{\mathcal{M}}$ , on définit le vecteur aimantation, plus simplement l'« **aimantation** », selon :

$$\vec{M} = \frac{\delta\vec{\mathcal{M}}}{d\tau}$$

### 2.2 Courants d'aimantation

On admet que les effets magnétiques de cette aimantation sont équivalents à la présence de courants liés :

$$\vec{j}_{lié} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{M}$$

Les courants d'aimantation ou « courants liés » sont associés aux dipôles magnétiques au sein du matériau par opposition aux courants libres, les électrons qui circulent dans le matériau.

### 2.3 Équation de Maxwell-Ampère et excitation magnétique

Au sein du matériau magnétique, le vecteur densité de courant  $\vec{j}$  a deux origines :

→ le courant de conduction, dû au déplacement des électrons libres, auquel on associe la densité de courant  $\vec{j}_{libre}$  ;

→ le courant d'aimantation qui modélise les propriétés magnétiques du matériau, auquel on associe la densité de courant  $\vec{j}_{lié}$ .

Dans le cadre de l'ARQS et pour un matériau magnétique, l'équation de Maxwell prend la forme :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \mu_0\vec{j} = \mu_0(\vec{j}_{libre} + \vec{j}_{lié}) = \mu_0\vec{j}_{libre} + \mu_0\overrightarrow{\text{rot}}\vec{M}$$

$$\text{C'est à dire : } \overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) = \vec{j}_{libre}.$$

On est alors incité à introduire un nouveau champ vectoriel, appelée vecteur excitation magnétique, ou plus simplement « **excitation magnétique** », défini selon :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

L'équation de Maxwell-Ampère s'exprime alors simplement à l'aide du vecteur excitation magnétique :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{libre}}$$

## 2.4 Les équations de Maxwell dans un milieu magnétique

Dans un milieu magnétique et dans le cadre de l'ARQS, les équations de Maxwell s'écrivent :

→ Équation de Maxwell-Gauss :  $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  (équation inchangée,  $\rho$  est *a priori* nulle dans un milieu magnétique)

→ Équation de Maxwell-Thomson :  $\text{div} \vec{B} = 0$ , équation inchangée,  $\vec{B}$  est à flux conservatif.

→ Équation de Maxwell-Faraday :  $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ , équation inchangée.

→ Équation de Maxwell-Ampère :  $\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{libre}}$

Cette dernière équation amène à plusieurs remarques importantes :

- ★ l'excitation magnétique s'exprime en  $\text{A.m}^{-1}$  ;
- ★ dans un milieu non magnétique,  $\vec{M} = \vec{0}$ ,  $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$  et on retrouve l'équation de Maxwell-Ampère habituelle ;
- ★ sous forme intégrale, l'équation de Maxwell-Ampère conduit au **théorème d'Ampère pour un milieu magnétique** :

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{libre, enlacé}}$$

Cette équation montre l'importance pratique de l'excitation magnétique car c'est elle qui est liée aux courants libres, grandeur mesurée par l'ampèremètre et directement accessible à l'expérimentateur.

Enfin la relation  $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$  qui se réécrit  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H})$  montre que les sources du champ magnétique sont les courants libres **et** l'aimantation.

→ Relation constitutive du matériau : pour résoudre le problème, il faut bien sûr disposer d'une équation spécifiant les caractéristiques magnétiques du matériau,

c'est à dire d'une équation reliant  $\vec{M}$  (ou  $\vec{B}$ ) à  $\vec{H}$ .

Pour la plupart des matériaux (paramagnétiques, diamagnétiques), une aimantation ne peut exister qu'en présence de courants libres. Pour certains matériaux, une aimantation peut perdurer en l'absence de courants libres, on parle de **matériaux ferromagnétiques**.

## 3 Les milieux ferromagnétiques

### 3.1 Définition

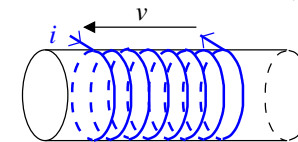
Les matériaux ferromagnétiques sont caractérisés par l'existence de **moments magnétiques permanents microscopiques qui interagissent fortement**. Ces moments ont tendance à s'aligner même en l'absence d'excitation magnétique.

Le fer, le cobalt, le nickel et un certain nombre de leurs alliages sont ferromagnétiques. Selon leurs caractéristiques, ils peuvent servir à la réalisation d'aimants permanents ou de transformateurs.

### 3.2 Cycle d'hystérésis

#### Principe

L'objectif est de représenter  $M$  en fonction de  $H$ , ou  $B$  en fonction de  $H$ , ce qui est équivalent compte tenu de la relation  $\vec{B} = \mu_0 (\vec{M} + \vec{H})$ .



Pour cela, à l'aide d'une bobine, on impose une excitation magnétique (*via* un courant libre  $i$ ) à un matériau ferromagnétique et on mesure le champ magnétique résultant.

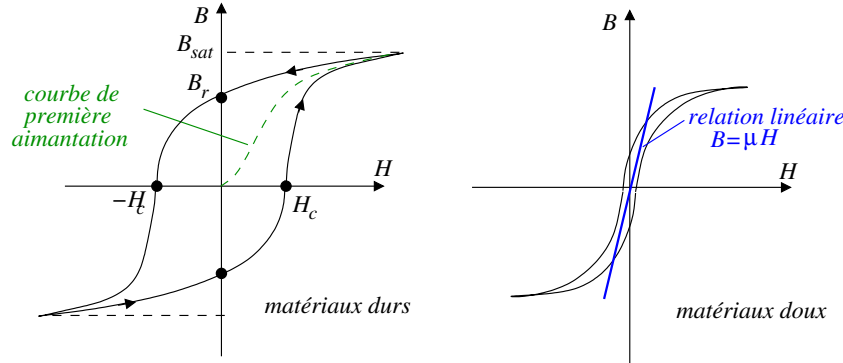
Le détail de la réalisation pratique est expliqué en annexe et sera présenté en expérience de cours.

#### Courbe de première aimantation et cycles d'hystérésis

On s'intéresse pour l'instant au cycle représenté sur la figure de gauche.

→ Courbe de première aimantation : partant d'un matériau désaimanté ( $M = 0$ ,  $B = 0$ ), on augmente  $i$ , donc  $H$ . On observe une augmentation du champ magné-

tique jusqu'à une saturation (au niveau mésoscopique, l'ensemble des domaines magnétiques sont alors alignés avec l'excitation magnétique).



Lorsque l'excitation diminue, le point représentatif ne décrit pas la même courbe.

Si on utilise une excitation sinusoïdale, la courbe est celle d'un cycle d'hystérésis.

La courbe présente deux points remarquables :

→ le champ rémanent  $B_r$  : il traduit la persistance du champ magnétique et de l'aimantation en l'absence d'excitation ;

→ l'excitation coercitive  $H_c$  (ou "champ coercitif") : c'est la valeur à donner à  $H$  pour annuler le champ magnétique.

### Milieux durs et milieux doux

On distingue deux types de milieux en fonction de l'allure du cycle :

→ Les matériaux durs : le cycle d'hystérésis est large et le champ coercitif élevé ( $H_c > 10^4 \text{ A.m}^{-1}$ ), avec des champs rémanents  $B_r$  de l'ordre du tesla ; difficiles à désaimanter, ils sont utilisés comme **aimants permanents**.

Exemples : acier, alliages tels que l'Alnico (Fe, Co, Ni, Al).

→ Les matériaux doux : le cycle d'hystérésis est étroit et le champ coercitif est faible ( $H_c \sim 10 \text{ A.m}^{-1}$ ), ils sont faciles à désaimanter. On les utilise comme noyaux dans les **transformateurs** (exemple : Fer+3% silicium).

En première approximation, hors saturation, on modélise ces matériaux doux par une relation constitutive linéaire entre le champ magnétique et l'excitation magnétique :

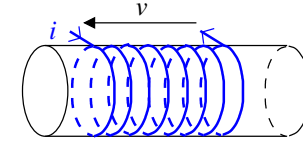
$$B = \mu H = \mu_0 \mu_r H$$

Dans cette expression,  $\mu$  désigne la **perméabilité** et  $\mu_r$  la **perméabilité relative** du milieu.

$\mu_r$  peut atteindre  $10^5$  pour un matériau doux (bien évidemment  $\mu_r = 1$  pour le vide).

### 3.3 Pertes d'une bobine à noyau

On cherche à évaluer les pertes d'énergie au sein d'une bobine entourant un noyau ferromagnétique. La bobine est assimilée à un solénoïde infini, on appelle  $S$  sa section,  $l$  sa longueur et  $N$  le nombre de spires.



Dans la pratique, les pertes sont de trois types :

→ Les pertes cuivre : ces pertes sont associées aux résistances de l'enroulement comme pour une bobine sans noyau.

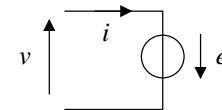
→ Les pertes fer : ces pertes se produisent au sein du noyau ferromagnétique, elles se décomposent en deux aspects :

★ Les pertes par courant de Foucault : le champ magnétique variable dans la carcasse crée un champ électrique (Maxwell-Faraday) et des courants induits en volume ( $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ ) qui entraînent une dissipation par effet Joule ( $\vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma E^2$ ).

Cette puissance augmente comme le carré de la fréquence, on peut limiter cette dissipation en feuilletant le matériau en tôles minces séparées par des couches d'isolant. Il est aussi possible d'utiliser des matériaux magnétiques isolants comme les ferrites.

★ Les pertes dues à l'hystérésis :

La bobine reçoit une puissance instantanée :  $p_H = v \times i$  avec  $v = -e$  comme l'indique le schéma électrique équivalent de la bobine :



On ne tient pas compte de la résistance des fils, ce terme ayant été pris en compte dans les pertes cuivre.

La force électromotrice est  $e = -\frac{d\Phi}{dt} = -NS \frac{dB}{dt}$ .

Pour un solénoïde infini, le théorème d'Ampère appliqué pour  $H$  et les courants libres conduit à :  $H = \frac{Ni}{l}$ .

En combinant ces expressions, on obtient pour la puissance instantanée :

$$p_H(t) = v \times i = -e \times i = \frac{d\Phi}{dt} i = NS \frac{dB}{dt} \times \frac{l \times H}{N} = Sl \times H \frac{dB}{dt}$$

$S \times l = V$  représente le volume du noyau ferromagnétique. Sur une période, la puissance moyenne dissipée vaut :

$$P_H = \frac{1}{T} \int_0^T p_H(t) dt = \frac{V}{T} \int_0^T H(t) \frac{dB}{dt} dt = \frac{V}{T} \oint_{cycle} H dB \Rightarrow P_H = \frac{V}{T} \times Aire_{cycle}$$

C'est à dire, pour la puissance volumique (avec  $f$  la fréquence) :

$$\mathcal{P}_{H,v} = f \times \oint_{cycle} H dB$$

L'aire du cycle sera d'autant plus faible que le matériau est doux.

En conclusion, le noyau d'une bobine subissant une excitation sinusoïdale (par exemple la carcasse d'un transformateur) doit :

→ être réalisé, dans tous les cas, à l'aide de matériaux doux (cycle étroit, pertes hystérésis faibles),

→ en privilégiant, à basse fréquence, des matériaux feuilletés (réduire les pertes par courant de Foucault),

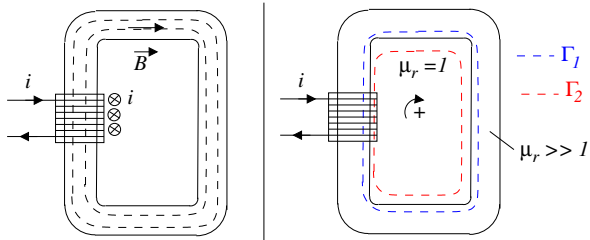
→ en privilégiant, à haute fréquence, des ferrites (oxyde de fer + autres oxydes) qui sont des matériaux isolants (absence de courants de Foucault).

## 4 Applications

### 4.1 Bobine à noyau de fer doux

#### Principe de l'étude

On enroule une bobine de  $N$  spires autour d'un matériau ferromagnétique de forme toroïdale :



→ Matériau linéaire : on suppose un matériau ferromagnétique, homogène, isotrope et linéaire (fer doux) :  $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

→ Modèle sans fuite : on suppose que les lignes de champ magnétique sont canalisées par le matériau ferromagnétique qui se comporte comme un tube de champ magnétique (schéma de gauche). **Le flux magnétique est donc le même à travers toute section du tore.**

Justification (schéma de droite) : le contour  $\Gamma_1$ , de longueur  $l_1$  et le contour  $\Gamma_2$ , de longueur  $l_2$ , représentent des lignes de champ, en conséquence :

$$\oint_{\Gamma_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{int} \times l_1 \quad \text{et} \quad \oint_{\Gamma_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_{ext} \times l_2$$

Ces deux contours enlacent les mêmes courants, le théorème d'Ampère assure que :

$$H_{int} l_1 = H_{ext} l_2 = Ni$$

Les longueurs  $l_1$  et  $l_2$  étant voisines, on peut considérer que  $H_{int} \simeq H_{ext}$ .

Dans le matériau,  $B_{int} = \mu_0 \mu_r H_{int}$  ; à l'extérieur,  $B_{ext} = \mu_0 H_{ext}$ , on en déduit :

$$\frac{B_{ext}}{B_{int}} = \frac{H_{ext}}{\mu_r H_{int}} \simeq \frac{1}{\mu_r} \ll 1$$

Le champ magnétique est bien localisé au sein du matériau ferromagnétique.

Pour simplifier les calculs, on supposera de plus que la norme du champ magnétique est homogène dans tout le matériau.

#### Inductance propre

Le long d'une ligne de courant intérieure au tore, le théorème d'Ampère s'écrit :

$$H \times l = Ni \Rightarrow H = \frac{Ni}{l}$$

Pour ce matériau doux, on en déduit le champ magnétique :

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad \text{donc} \quad B = \frac{\mu_0 \mu_r Ni}{l}$$

Le flux total du champ magnétique à travers les  $N$  spires de la bobine vaut :

$$\Phi = B \times NS \Rightarrow \Phi = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{l} i$$

Par définition, l'inductance propre est liée au flux propre selon  $\Phi = L \times i$  :

$$L = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{l}$$

Dans cette expression  $S$  est la section droite du matériau ferromagnétique,  $l$  sa longueur moyenne et  $\mu_r$  sa perméabilité relative.

L'inductance propre de la bobine est donc considérablement augmentée par la présence du noyau de fer doux ( $\mu_r \gg 1$ ).

## Énergie magnétique et densité volumique d'énergie magnétique

Connaissant l'inductance propre de la bobine à noyau de fer doux, on en déduit l'énergie magnétique stockée au sein du matériau ferromagnétique :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0\mu_r N^2 S}{l} i^2 = \frac{1}{2\mu_0\mu_r} \left( \frac{\mu_0\mu_r Ni}{l} \right)^2 \times S \times l = \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} \times V$$

avec  $V$  le volume du matériau.

$\frac{B^2}{2\mu_0\mu_r}$  représente la densité d'énergie volumique au sein de ce matériau ferromagnétique doux non saturé. On admettra la généralisation de ce résultat à une géométrie quelconque.

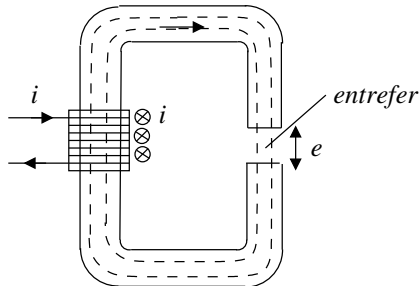
L'énergie magnétique stockée dans un ferromagnétique doux, non saturé, est :

$$\mathcal{E}_m = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} d\tau$$

## 4.2 Électroaimant

### Principe

Un électroaimant est un circuit magnétique, alimenté par une bobine ( $N$  spires, intensité  $i$ ) enroulée autour du circuit. Le circuit magnétique est interrompu par une ou plusieurs zones nommées **entrefer**.



L'objectif est d'obtenir un champ magnétique intense et bien défini au sein de l'entrefer.

### Champ magnétique et excitation magnétique créés

On note avec un indice  $e$  les champs dans le vide au niveau de l'entrefer et avec un indice  $i$  les champs à l'intérieur du ferromagnétique.

On admettra que **les lignes de champ magnétique sont orthogonales à l'interface dans un entrefer**.

→ Champ magnétique : le champ magnétique étant à flux conservatif, le flux à travers une section droite du matériau ferromagnétique est égal au flux à travers une section droite de l'entrefer.

$$B_e S = B_i S \Rightarrow B_e = B_i$$

→ Excitation magnétique : on applique le théorème d'Ampère pour une ligne de courant, on appelle  $l$  la longueur dans le matériau ferromagnétique et  $e$  la longueur dans l'entrefer.

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = Ni \Rightarrow H_e \times e + H_i \times l = Ni$$

On obtient le jeu d'équations :

$$B_e = B_i ; H_e \times e + H_i \times l = Ni ; B_e = \mu_0 H_e$$

La dernière relation traduit simplement le fait que le vide est un milieu linéaire non magnétique ( $\mu_r = 1$ ).

Pour résoudre le problème, il est nécessaire de connaître la relation liant  $B_i$  et  $H_i$  au sein du matériau magnétique.

### Milieu magnétique doux linéaire non saturé

Pour un matériau supposé linéaire,  $B_i = \mu_0\mu_r H_i$ , on en déduit :

$$\frac{B_e}{\mu_0} \times e + \frac{B_e}{\mu_0\mu_r} \times l = Ni \Rightarrow B_e = \frac{\mu_0 Ni}{e + \frac{l}{\mu_r}}$$

En considérant  $\mu_r \gg 1$  (pouvant atteindre  $10^5$ ), l'expression se simplifie selon :

$$B_e \simeq \frac{\mu_0 Ni}{e}$$

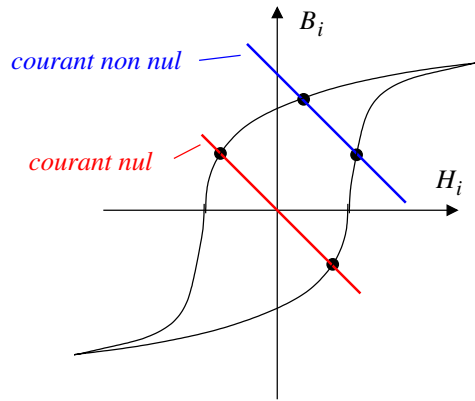
Un entrefer étroit permet d'obtenir un champ magnétique particulièrement intense pouvant atteindre des valeurs de l'ordre du tesla.

### Milieu magnétique réel

Dans le cas général, il faut effectuer une résolution graphique à l'aide du cycle d'hystérésis sachant que le système d'équations conduit à l'équation :

$$\frac{B_i}{\mu_0} \times e + H_i \times l = Ni \Leftrightarrow B_i = \frac{\mu_0 Ni}{e} - \frac{\mu_0 l}{e} \times H_i$$

Les solutions correspondent à l'intersection de la droite et du cycle d'hystérésis. Les solutions à courant nul correspondent au cas d'un aimant permanent.

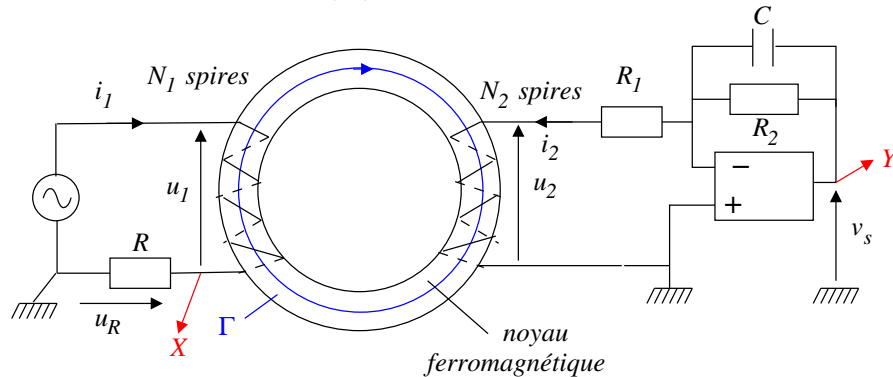


## Annexe. Tracé expérimental d'un cycle d'hystérésis

On cherche à représenter, pour un matériau ferromagnétique, la courbe donnant le champ magnétique (ou l'aimantation) en fonction de l'excitation magnétique.

### Dispositif expérimental

Pour réaliser la courbe  $B = B(H)$ , on utilise le dispositif présenté ci-dessous :



→ Excitation magnétique :

L'excitation magnétique se calcule à partir du théorème d'Ampère appliqué au contour  $\Gamma$  de longueur  $l$  :

$$H \times l = N_1 i_1 + N_2 i_2 \Rightarrow H = \frac{N_1 i_1 + N_2 i_2}{l} \simeq \frac{N_1 i_1}{l}$$

Pour la dernière expression, on suppose que l'intensité est très faible au secondaire (il suffit pour cela que la résistance d'entrée de l'intégrateur soit suffisamment

grande).

Le courant au primaire est mesuré grâce à la résistance  $R$  :

$$u_R = R i_1 \Rightarrow u_R = \frac{R \times l}{N_1} H$$

La tension  $u_R$  (observée en voie X de l'oscilloscope) est proportionnelle à  $H$ .

→ Champ magnétique :

La tension  $u_2$  au secondaire est liée au champ magnétique selon :

$$u_2 = -e_2 = \frac{d\Phi}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt}$$

Pour des fréquences telles que  $\omega \gg 1/(R_2 C)$ , le montage à amplificateur opérationnel se comporte comme un intégrateur :

$$v_s(t) = -\frac{1}{R_1 C} \int u_2(t) dt \Rightarrow v_s(t) = -\frac{N_2 S}{R_1 C} B(t)$$

La tension en sortie de l'ALI est donc proportionnelle au champ magnétique ( $v_s$  et  $B$  étant de moyenne nulle, la constante d'intégration est nulle).

### Capacités exigibles :

→ À partir d'une formule fournie exprimant le champ d'un dipôle magnétique, décrire le champ créé par un aimant à grande distance et représenter qualitativement les lignes de champ magnétique.

Utiliser les expressions fournies de l'énergie potentielle, de la résultante et du moment. Décrire qualitativement l'évolution d'un dipôle magnétique dans un champ extérieur.

Citer l'ordre de grandeur du champ géomagnétique en France.

→ Définir le champ d'aimantation d'un milieu magnétique.

→ Associer à une distribution d'aimantation une densité de courants liés équivalente  $\vec{j}_{\text{lié}} = \text{rot} \vec{M}$  (relation admise).

→ Définir l'excitation magnétique  $\vec{H}$  et écrire l'équation de Maxwell-Ampère dans un milieu magnétique.

En déduire qualitativement que les sources de  $\vec{H}$  sont les courants électriques libres, et que les sources de  $\vec{B}$  sont les courants électriques libres et l'aimantation.

→ Représenter l'allure des cycles d'hystérésis  $(H, M)$  et  $(H, B)$  d'un milieu ferro-

magnétique.

Distinguer milieu dur et milieu doux, citer des exemples.

**Tracer le cycle d'hystérésis d'un milieu ferromagnétique.**

→ Modéliser un milieu doux par une relation constitutive linéaire. Définir la perméabilité relative et donner un ordre de grandeur.

→ Circuit magnétique avec ou sans entrefer : décrire l'allure des lignes de champ dans un circuit magnétique sachant que les lignes de champs sortent orthogonalement à l'interface dans un entrefer.

En appliquant le théorème d'Ampère et la conservation du flux magnétique, exprimer le champ magnétique produit dans l'entrefer d'un électroaimant.

→ Bobine à noyau de fer doux modélisé linéairement : établir l'expression de l'inductance propre de la bobine à noyau, vérifier l'expression de l'énergie magnétique

$$\mathcal{E}_{mag} = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0\mu_r} d\tau$$

→ Perte d'une bobine à noyau réel : exprimer le lien entre l'aire du cycle hystérésis et la puissance moyenne absorbée. Décrire les différents termes de perte d'une bobine à noyau : pertes fer par courants de Foucault et par hystérésis, pertes cuivre.