Lycée Naval, Sup 2.
MÉCANIQUE 1. 3. Mouvement de particules chargées dans des champs électrique et magnétique, uniformes et stationnaires

Applications directes

AD 1. Produit vectoriel

⋆ $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_z = -\vec{u}_y$;
⋆ $\vec{u}_x \wedge \vec{u}_y = \vec{u}_z$;
⋆ $\vec{u}_r \wedge \vec{u}_y = (\cos\theta\vec{u}_x + \sin\theta\vec{u}_y) \wedge \vec{u}_y = \cos\theta\vec{u}_z$
⋆ $\vec{u}_\theta \wedge \vec{u}_y = (-\sin\theta\vec{u}_x + \cos\theta\vec{u}_y) \wedge \vec{u}_y = -\sin\theta\vec{u}_z$

Les bonnes réponses sont b et d.

AD 2. Moment d'une force

Le moment est proportionnel à la distance entre l'axe passant par Oz et la droite support de la force, c'est à dire a ; de plus le moment est proportionnel à F ; enfin la force contribue à faire tourner le point M dans le sens indirect autour de O, on en déduit :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F}) = -Fa\vec{u}_z} \text{ et donc réponse } d.$$

On peut retrouver ce résultat par un calcul direct en utilisant les projections sur une base orthonormée directe :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}_O}(\vec{F}) = (-b\vec{u}_x + a\vec{u}_y) \wedge F\vec{u}_x = aF\vec{u}_y \wedge \vec{u}_x = -aF\vec{u}_z$$

AD 3. Mise en rotation d'un volant

On applique le théorème de l'énergie au volant en rotation autour de son axe :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J\Omega^2\right) = P$$

Pour une puissance constante, on intègre cette équation entre l'instant de mise en route (vitesse angulaire nulle) et l'instant final (vitesse angulaire souhaitée Ω_1) :

$$\frac{1}{2}J\Omega_1^2 = P \times T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{J\Omega_1^2}{2P}$$

En remplaçant le moment d'inertie par son expression :

$$T = \frac{MR^2\Omega_1^2}{4P} = \frac{200 \times 0,50^2 \times (2000 \times 2\pi/60)^2}{4 \times 2000} \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = 274 \text{ s}}$$

AD 4. Équilibre d'une brouette

On applique le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe Oz.

Pour ce système à l'équilibre, les moments doivent se compenser. La réaction $\vec{R}$ passe par Oz et son moment par rapport à Oz est nul. En utilisant la notion de bras de levier, on a :

$$mgd\cos\alpha = F \times 4d \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{F = \frac{mg\cos\alpha}{4}}$$

On constate que la force à appliquer est plus faible que le 1/4 du poids de la masse déplacée.