Correction des applications directes du cours

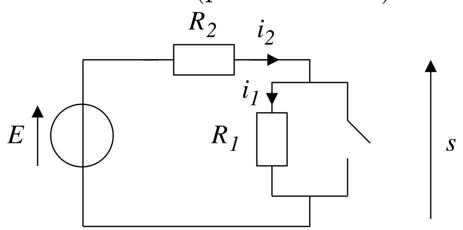
AD 1.

1. Pour $t=\tau$, $u(\tau)=E(1-\exp(-\tau/\tau))=E(1-e^{-1})=0,63E$; le condensateur est donc chargé à $\boxed{63\%}$.
2. Calculons les deux instants limites :
   - $0,1E = E(1-\exp(-t_1/\tau))$, soit $\exp(-t_1/\tau)=9/10$, c'est à dire $t_1=\tau\ln(10/9)$,
   - $0,9E = E(1-\exp(-t_2/\tau))$, soit $\exp(-t_2/\tau)=1/10$, c'est à dire $t_2=\tau\ln(10)$.

   On en déduit la durée $\Delta T = t_2-t_1=\tau(\ln(10)-\ln(10/9))=\boxed{\tau\ln 9}$.

AD 2.

1. Le condensateur étant initialement déchargé $s(0^-)=0$, la continuité de la tension aux bornes du condensateur donne $\boxed{s(0^+)=0}$.
   La tension aux bornes de R_1 étant nulle, on a, d'après la loi d'Ohm, $\boxed{i_1(0^+)=0}$.
   La loi des mailles s'écrit : $E=R_2i_2+s$; cette relation appliquée en $t=0^+$ conduit à : $\boxed{i_2(0^+)=E/R_2}$.
2. Une fois le régime permanent atteint, le condensateur est chargé et le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert.
   Le circuit se dessine alors ainsi (pour $t\to+\infty$) :



   On se ramène à la formule du pont diviseur de tension :
   $$\boxed{s\to\frac{R_1}{R_1+R_2}E}\quad \text{quand}\quad t\to+\infty$$
   Le courant traversant la résistance R_2 passe en totalité à travers R_1, donc :
   $$\boxed{i_1=i_2\to\frac{E}{R_1+R_2}}\quad \text{quand}\quad t\to+\infty$$
3. On applique :
   $\rightarrow$ la loi des nœuds : $i_2=i_1+i_c$
   $\rightarrow$ loi des mailles : $E=R_2i_2+s$
   $\rightarrow$ Caractéristiques des dipôles : $s=Ri_1$ et $i_c=C\dfrac{ds}{dt}$

   Partant de la loi des mailles, on élimine les intensités au profit de s :
   $$E=R_2\left(\frac{s}{R_1}+C\frac{ds}{dt}\right)+s \quad\Leftrightarrow\quad \boxed{E=s\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)+R_2C\frac{ds}{dt}}$$
4. Cette équation peut se réécrire :
   $$s+\frac{R_2R_1}{R_1+R_2}C\frac{ds}{dt}=\frac{ER_1}{R_1+R_2}$$
   On en déduit : $\boxed{G=\dfrac{R_1}{R_1+R_2}}$ et $\boxed{\tau=\dfrac{R_2R_1}{R_1+R_2}C}$.
5. La solution est la somme de la solution homogène et de la solution particulière avec second membre :
   $\rightarrow$ solution particulière : $s_p(t)=G\times E$.
   $\rightarrow$ solution homogène : $s_h(t)=Ae^{-t/\tau}$
   $$\forall t>0,\quad s(t)=Ae^{-t/\tau}+GE$$
   La condition initiale $s(0^+)=0=A+GE$, donc $A=-GE$, et finalement :
   $$\boxed{\forall t>0,\quad s(t)=GE\left(1-e^{-t/\tau}\right)}$$
6. On a $s_{max}=GE$, on cherche t_0 tel que :
   $$GE\left(1-e^{-t_0/\tau}\right)=\frac{9GE}{10}\quad\Rightarrow\quad e^{-t_0/\tau}=\frac{1}{10}$$
   On en déduit : $\boxed{t_0=\tau\ln 10}$.