

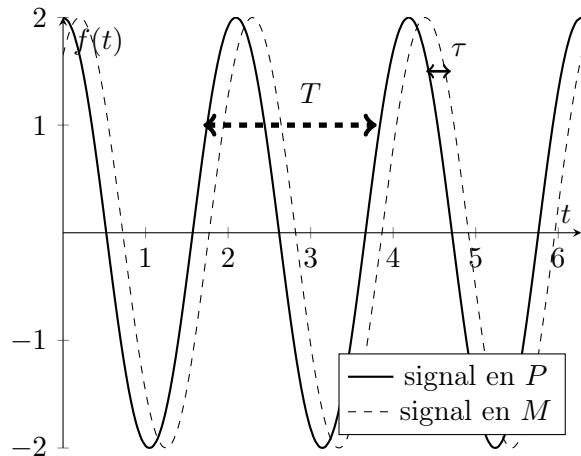
Circuits électriques dans l'ARQS

Approximation des régimes quasi-stationnaires

Dans l'ARQS, toute variation de la source se répercute immédiatement à tous les points du circuit.

Domaine de validité :

L'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) consiste à négliger τ la durée de propagation du signal vis à vis de T le temps caractéristique d'évolution des grandeurs physiques.



★ Considérons deux points P et M distants de L ; le signal, de célérité c , se propage de P à M en une durée $\tau = L/c$; pour un phénomène sinusoïdal, $\lambda = c \times T$, l'approximation des régimes quasi-stationnaires conduit à :

$$\tau \ll T \quad \text{donc} \quad \lambda \gg L$$

L'ARQS s'applique pour des circuits dont la taille est faible vis à vis de la longueur d'onde du signal. Ainsi, en électrocinétique, on considère que l'intensité du courant est la même en tout point d'un fil, négligeant en cela le temps de propagation.

fréquence f (Hz)	période $T = 1/f$ (s)	longueur d'onde $\lambda = cT$ (m)
50	2×10^{-2}	6×10^6
10^5	10^{-5}	3×10^3

1 Les grandeurs électriques

1.1 Le courant électrique

Le courant électrique est associé au déplacement macroscopique des porteurs de charge, les électrons dans le cas d'un métal.

L'intensité du courant, notée i , est un débit de charge égal à la charge électrique qui traverse une section du fil par unité de temps :

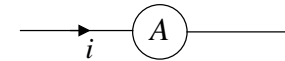
$$i = \frac{dq}{dt}$$

avec i l'intensité en ampère (A), dq la charge élémentaire en coulomb (C) et dt la durée élémentaire en seconde (s).

Remarque : dans le cas d'un régime permanent, on notera $I = Q/T$.

Mesure de l'intensité du courant électrique :

L'intensité du courant électrique se mesure à l'aide d'un ampèremètre placé en série sur le fil.



→ En électronique du signal, les intensités des courants sont de l'ordre de la dizaine de mA.

→ Pour les appareils électroménagers (ampoule, bouilloire, ...), les intensités varient de 1 à 10 A.

→ En électrotechnique, les intensités peuvent atteindre des valeurs beaucoup plus élevées (10^3 A pour une motrice de TGV).

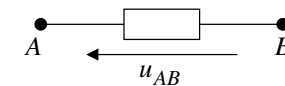
1.2 La tension électrique

Chaque point du circuit est caractérisé par un état électrique : le potentiel électrique (Cf. cours d'électrostatique).

La tension électrique, notée u_{AB} , est égale à la différence de potentiel électrique entre A et B .

$$u_{AB} = V_A - V_B$$

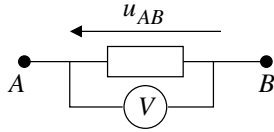
avec V_A et V_B les potentiels en A et B . Toutes ces grandeurs s'expriment en volt (V).



Remarque : $u_{BA} = V_B - V_A = -(V_A - V_B) = -u_{AB}$

Mesure de la tension électrique :

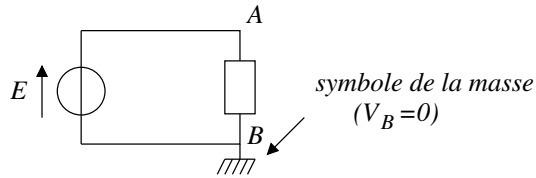
La tension électrique se mesure à l'aide d'un voltmètre placé en parallèle aux bornes du dipôle.



→ La tension domestique est de 230 V.

→ En TP, les tensions utilisées varieront du mV à quelques volts.

Référence de potentiel : la **masse** est un point de potentiel nul. Sa position est un choix arbitraire.



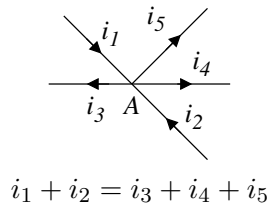
1.3 Les lois de Kirchhoff

Loi des nœuds

Un **nœud** désigne un embranchement électrique, la rencontre d'au moins trois fils.

Énoncé : en un nœud électrique, la somme des intensités des courants entrant est égale à la somme des intensités des courants sortant.

Exemple :



Justification : dans l'exemple précédent, au niveau du nœud A, aucune charge ne peut s'accumuler, les charges qui entrent pendant dt doivent sortir pendant cette même durée, ce qui s'écrit :

$$dq_1 + dq_2 = dq_3 + dq_4 + dq_5 \quad \Rightarrow \quad i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5$$

division par dt

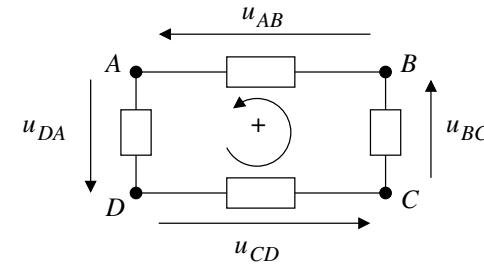
La loi des nœuds traduit la conservation de la charge électrique d'un système isolé.

Loi des mailles

Une **maille** est une boucle sans embranchement parcourue par un courant.

Énoncé : la somme des tensions le long d'une maille orientée est nulle.

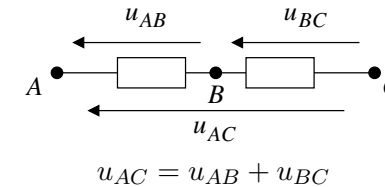
$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = 0$$



Justification : les potentiels se simplifient deux à deux.

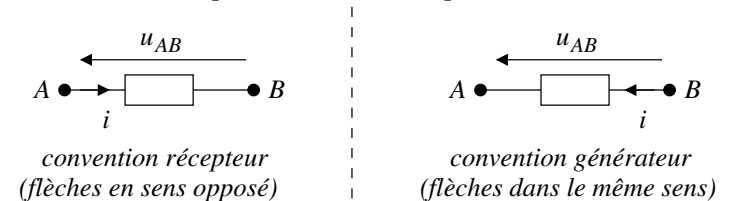
$$u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} + u_{DA} = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) + (V_D - V_A) = 0$$

Corollaire : loi d'additivité des tensions



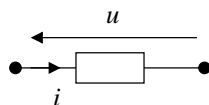
1.4 Conventions d'orientation

Deux conventions existent pour étudier un dipôle :



Un dipôle est entièrement spécifié par sa **caractéristique**, c'est à dire la relation $u_{AB} = u_{AB}(i)$ pour une convention donnée.

1.5 Puissance électrique reçue



Un dipôle en convention récepteur parcouru par un courant d'intensité i et soumis à une tension u reçoit une puissance électrique :

$$P = u \times i$$

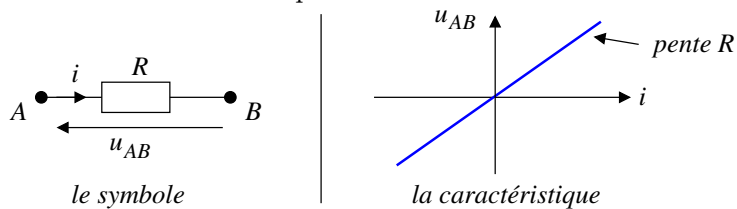
La puissance s'exprime en watt (W).

2 Dipôles électriques

En électricité, un dipôle est un élément qui possède deux bornes, le courant entre par une borne et sort par l'autre.

2.1 Le conducteur ohmique

Un conducteur ohmique est un dipôle pour lequel la tension appliquée est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse.



$$u_{AB} = R \times i$$

R est la **résistance** du conducteur ohmique et s'exprime en ohm (Ω). En TP, les résistances utilisées seront de l'ordre de 1 k Ω .

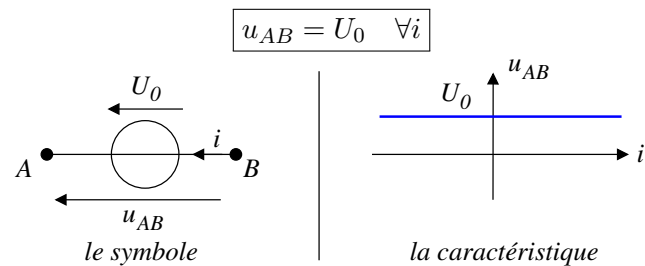
Puissance reçue : $P = Ri^2$

En effet, avec $u = Ri$ en convention récepteur, $P = u \times i = Ri \times i = Ri^2$. Cette puissance, toujours positive, est dissipée par **effet Joule**.

Remarque : un fil électrique peut être assimilé à un conducteur ohmique de résistance nulle, en conséquence **la tension aux bornes d'un fil est nulle**.

2.2 Générateur idéal de tension

Le générateur idéal de tension maintient une tension constante à ses bornes et ceci quelle que soit l'intensité délivrée.



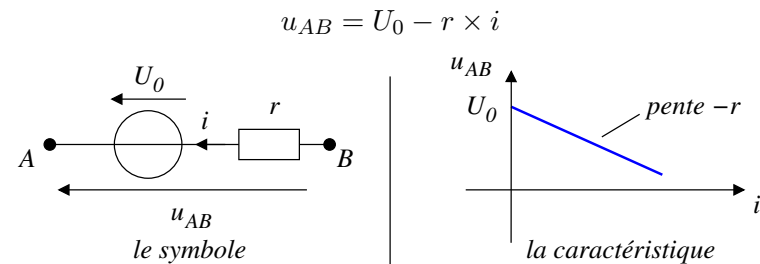
Puissance reçue : il faut revenir à une convention récepteur

$$P = u_{BA} \times i = -u_{AB} \times i = -U_0 \times i < 0 \quad \text{pour } i > 0$$

Le générateur idéal de tension **fournit** une puissance $P_f = U_0 \times i$.

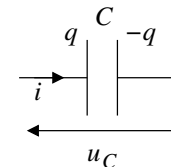
2.3 Générateur réel de tension, modèle de Thévenin

Le modèle de Thévenin correspond à l'association série d'un générateur idéal de tension et d'un conducteur ohmique de résistance r , appelée **résistance interne**.



2.4 Le condensateur

Le condensateur est formé de deux plaques métalliques séparées par un isolant électrique.



Avec i l'intensité, q la charge du condensateur en coulomb (C), u_c la tension aux bornes du condensateur, et C la capacité du condensateur en farad (F), les lois électriques s'écrivent :

$$q = C u_c \quad \text{et} \quad i = \frac{dq}{dt} \quad \Rightarrow \quad i = C \frac{du_c}{dt}$$

La capacité C d'un condensateur représente son aptitude à stocker des charges pour une tension donnée à ses bornes.

Le farad est une unité « énorme ». Les capacités couramment utilisées sont souvent plus proches du μF , 1 mF étant déjà une capacité importante.

Énergie électrostatique stockée dans un condensateur

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} C u_c^2$$

Justification : la caractéristique du condensateur étant définie en convention récepteur, la puissance reçue vaut :

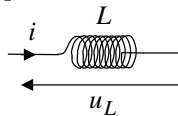
$$P = u_c \times i = u_c \times C \frac{du_c}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt} = C \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} u_c^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_c^2 \right)$$

Conséquence : l'énergie ne pouvant apparaître ou disparaître spontanément,

La tension aux bornes d'un condensateur est une grandeur continue.

2.5 La bobine

Une bobine est créée grâce à un fil électrique enroulé. Cet enroulement confère à la bobine des propriétés magnétiques.



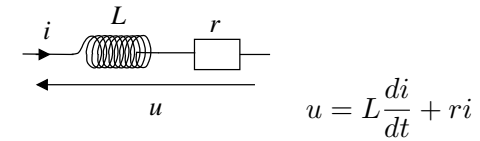
En convention récepteur, la tension aux bornes d'une bobine et l'intensité du courant circulant dans la bobine sont reliées par la loi :

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

L , l'**inductance** de la bobine, s'exprime en henry (H). Le henry est une unité assez conséquente ; en TP, les inductances seront souvent proches de la dizaine de mH, à la limite 1 H pour une bobine avec noyau de fer doux.

L'inductance représente l'aptitude de la bobine à s'opposer aux variations de courant.

Bobine réelle : la grande longueur de l'enroulement confère à la bobine un caractère résistif, une bobine réelle est donc représentée par l'association série d'une inductance L et d'une résistance r :



$$u = L \frac{di}{dt} + ri$$

Énergie magnétique stockée dans une bobine :

$$\mathcal{E}_L = \frac{1}{2} L i^2$$

Justification : la caractéristique de la bobine étant définie en convention récepteur, la puissance reçue vaut :

$$P = u_L \times i = L \frac{di}{dt} \times i = L i \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i^2 \right)$$

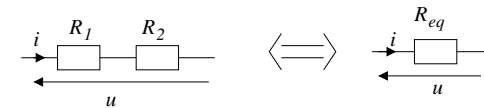
Conséquence : l'énergie ne pouvant apparaître ou disparaître spontanément,

L'intensité parcourant une bobine est une grandeur continue.

3 Association de dipôles

3.1 Association de résistances

Association série (les résistances sont parcourues par le même courant)



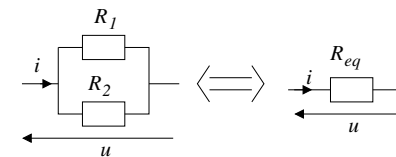
Deux résistances associées en série sont équivalentes à une unique résistance R_{eq} dont la valeur est la somme des résistances individuelles :

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

Justification : $u = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$

Généralisation : pour N résistances en série, $R_{eq} = \sum_{i=1}^N R_i$.

Association parallèle



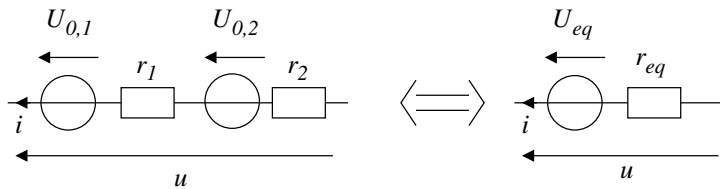
Deux résistances associées en parallèle sont équivalentes à une unique résistance R_{eq} , telle que

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_{eq} = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}$$

Justification : $i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u$

Généralisation : pour N résistances en parallèle, $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$.

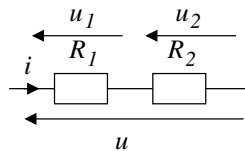
3.2 Association de générateurs



Deux générateurs de Thévenin associés en série sont équivalents à un unique générateur de Thévenin tel que :

$$U_{eq} = U_{0,1} + U_{0,2} \quad \text{et} \quad r_{eq} = r_1 + r_2$$

3.3 Diviseur de tension



Dans le cas d'une association **série** (!!!) de deux résistances, la formule du pont diviseur de tension spécifie comment la tension se partage entre les deux résistances.

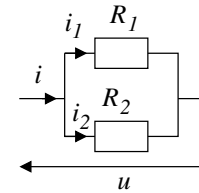
$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

Justification :

$$u = u_1 + u_2 = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i \quad \text{avec} \quad i = u_2 / R_2$$

On en déduit : $u = (R_1 + R_2) \frac{u_2}{R_2}$.

3.4 Diviseur de courant



Dans le cas d'une association **parallèle** de deux résistances, la formule du pont diviseur de courant spécifie comment le courant se partage entre les deux résistances.

$$i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

Justification :

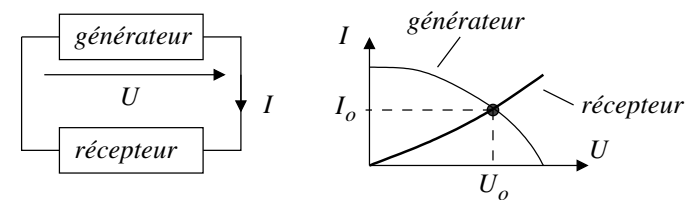
$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) u \quad \text{avec} \quad u = R_1 i_1$$

On en déduit : $i = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) R_1 i_1$.

4 Point de fonctionnement

On considère un circuit constitué d'un dipôle actif, le générateur, et d'un dipôle passif, le récepteur.

On cherche à déterminer l'intensité du courant qui traverse le circuit ainsi que la tension aux bornes des dipôles.



Le **point de fonctionnement** s'obtient graphiquement en superposant les caractéristiques des deux dipôles.

Si on dispose des équations $I = f(U)$ des caractéristiques, une résolution algébrique est possible.

Capacités exigibles

- Savoir que la charge électrique est quantifiée.
- Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge.
- Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence.

Relier la loi des nœuds au postulat de la conservation de la charge.

- Utiliser la loi des mailles.
- Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur.
- Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application.
- Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.

Utiliser les relations entre l'intensité et la tension. Citer les ordres de grandeurs des composants R , L , C .

Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance.

Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine.

Modéliser une source non idéale en utilisant représentation de Thévenin.

Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente.

Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant.

→ Résistance d'entrée, résistance de sortie :

Étudier l'influence de ces résistances sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.

Évaluer les grandeurs à l'aide d'une notice ou d'un appareil afin d'appréhender les conséquences de leurs valeurs sur le fonctionnement d'un circuit.

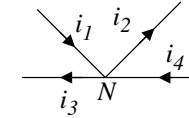
→ Caractéristique d'un dipôle, point de fonctionnement.

Étudier la caractéristique d'un dipôle pouvant être éventuellement non-linéaire et mettre en œuvre un capteur dans un dispositif expérimental.

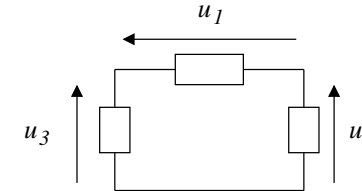
Applications directes :

AD 1. Pour un courant d'intensité $I = 10$ mA, combien d'électrons traversent la section du fil en 1 minute ?

AD 2. On donne $i_1 = 2$ A, $i_2 = 3$ A, $i_4 = -2$ A. Déterminer, en ampère, l'intensité du courant i_3 .



AD 3. On donne $u_1 = 4$ V et $u_2 = 2$ V. Déterminer la tension u_3 .



AD 4. Déterminer la puissance reçue par une résistance $R = 50$ Ω parcourue par un courant d'intensité $I = 10$ mA.

AD 5. Un fusible de résistance $R = 50$ Ω est détérioré si la puissance reçue dépasse 100 mW. Quelle est l'intensité I_{max} à ne pas dépasser ?

AD 6. On considère deux condensateurs associés en série de capacité respective C_1 et C_2 . Montrer que cette association est équivalente à un unique condensateur de capacité C_{eq} vérifiant :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

AD 7. On considère deux condensateurs associés en parallèle de capacité respective C_1 et C_2 . Montrer que cette association est équivalente à un unique condensateur de capacité C_{eq} vérifiant :

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

AD 8. On considère trois résistances associées en parallèle. Par analogie avec la formule pour deux résistances, un étudiant propose pour la résistance équivalente :

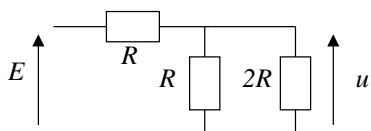
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Justifier, sans calcul, que le résultat proposé est erroné.

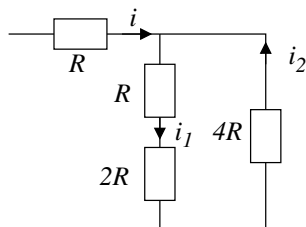
AD 9. On considère un ensemble de résistances montées en parallèle. Montrer que la résistance équivalente est plus petite que la plus petite des résistances de

l'association. On pourra obtenir le résultat par un calcul ou par un raisonnement.

AD 10. À l'aide de la formule du diviseur de tension, déterminer l'expression de u en fonction de E et R .



AD 11. À l'aide de la formule du diviseur de courant, déterminer l'expression des intensités i_1 et i_2 en fonction de i et R .



AD 12. On considère la charge d'un condensateur à courant constant, le condensateur étant initialement déchargé.

Montrer que la tension aux bornes du condensateur est une fonction linéaire du temps. À l'aide du graphique ci-dessous, déterminer la capacité du condensateur ayant servi à réaliser ces courbes.

